О Сергее Львовиче Соболеве

Из статьи М. А. Лаврентьева, Л. В. Канторовича, А. В. Бицадзе (1969)[1]:

Петербургская математическая школа своими открытиями эпохального значения записала не одну страницу в анналы истории развития мировой математической школы.

С именами представителей этой школы П. Л. Чебышева, А. М. Ляпунова и А. А. Маркова связано возникновение таких важных разделов математики, как теория приближения функций, математическая теория устойчивости движения и теория марковских процессов.

На этих же славных традициях воспиталась целая плеяда крупнейших советских математиков, среди которых пальма первенства справедливо принадлежит Сергею Львовичу Соболеву, положившему начало в своих фундаментальных исследованиях ряду новых научных направлений в современной математике.

Из отзыва Ж. Лерэ (1967)[2]:

В 1935 г. ... С. Л. Соболев определяет понятие распределения и устанавливает его первые фундаментальные свойства.

Он определяет распределение (которое называет обобщенной функцией) как функционал над пространством бесконечно дифференцируемых функций с компактными носителями ...

Пространство распределений есть пополнение пространства функций, снабженного своей слабой топологией.

Распределения обладают некоторыми свойствами функций: они имеют носитель; свертка распределений с компактными носителями есть распределение и т. д.

Они обладают очень удобными свойствами, которых нет у функций: всякое распределение (в частности, всякая суммируемая функция) обладает производными всех порядков, являющимися распределениями; всякая задача Коши для гиперболического оператора с регулярными коэффициентами равносильна задаче Коши с нулевыми данными для неоднородного уравнения, правая часть

---

[1] Краткий очерк научной, научно-организационной педагогической и общественной деятельности академика С. Л. Соболева // Сергей Львович Соболев (К 60-летию со дня рождения). Новосибирск: Наука, 1969. С. 3–8.

[2] Отзыв о трудах С. Л. Соболева 1930–1955 гг. / Публикация А. П. Юшкевича // Истор.-мат. исслед. М., 1993. Вып. 34. С. 267–273.

которого есть распределение; такая задача имеет единственное решение, каково бы ни было это распределение ...

Теория распределений получила в настоящее время большое развитие благодаря теории векторных топологических пространств и их двойственности, благодаря понятию распределения умеренного роста, представляющему собой одно из важных достижений Л. Шварца (Париж), позволившим ему построить прекрасную теорию преобразований Фурье для распределений; Ж. де Рам (G. de Rahm) ввел в дополнение к понятию распределения понятие потока, которое включает понятия дифференциальной формы и топологической цепи; Л. Хёрмандер (L. Hörmander, Лунд, Принстон), Б. Мальгранж (B. Malgrange, Париж), Ж. Л. Лионс (J. L. Lions, Париж) с помощью теории распределений обновили теорию уравнений с частными производными; П. Лелон (P. Lelong, Париж) установил одно из фундаментальных свойств аналитических множеств. Богатый содержанием двухтомный трактат Л. Шварца и еще более богатый пятитомный трактат Гельфанда и Шилова (Москва) — все эти достижения, столь важные, что уже один лишь французский вклад заслуживает высших наград, присужденных нашим Сообществом, приложения, которые получила теория распределений во всех областях математики, теоретической физики и численного анализа ныне подобны густому лесу, который скрывает дерево, из зерен которого он вырос. Впрочем, мы знаем, что если бы С. Л. Соболев не сделал это открытие около 1935 г. в России, оно было бы сделано во Франции незадолго до 1950 г., а несколько спустя в Польше; США также льстят себя мыслью, что они сделали бы его в ту же пору: математическая наука и различные ее технические приемы (techniques) запоздали бы по сравнению с Россией лишь на 15 лет ...

Наши московские собратья не могут не гордиться тем, что избрали одного из своих в возрасте 30 лет; но облик мира и так не очень бы изменился. И разве С. Л. Соболев не принадлежал к числу тех, кто заявил, что для понимания книг о задаче Коши и распространения волн нашего собрата Жака Адамара, о котором мы вспоминаем с прискорбием, было совершенно необходимо придумать распределения. Признаем же за ним по меньшей мере заслугу в скромности ...

Точно так же невозможно себе представить, чтобы наша современная математика обошлась бы без применения пространств, которые называют *пространствами Соболева*, так как С. Л. Соболев определил их и исследовал с 1936 по 1940 гг. ... Определение их весьма просто: это пространство $W_p^l(\Omega)$ функций, производные которых порядков $\leq l$ суммируемы с p-й степенью на Ω ($p \geq 1$); их свойства выражаются весьма легко (хотя доказываются, правда, довольно трудно): если ω есть подмножество в Ω, то элемент из $W_p^l(\Omega)$ имеет ограничение на ω, принадлежащее W_q^m: если $m - \dim\,\omega/q \leq l - \dim\,\Omega/p$.

Из статьи А. Н. Колмогорова и О. А. Олейник (1984)[3]:

Одним из важнейших достижений математики XX в. является создание теории обобщенных функций (распределений), ставшей мощным орудием исследований для математиков, физиков, инженеров. Явно вводить и использовать соответствующие понятия первыми стали физики (П. Дирак и др.), хотя предпосылки для формирования теории обобщенных функций складывались

[3] С. Л. Соболев и современная математика (К 75-летию со дня рождения) // Математика в шк. 1984. № 1. С. 73–77.

и внутри самой математики. В работе С. Л. Соболева 1936 г. впервые были заложены основы теории обобщенных функций, получила строгое математическое оформление идея обобщенной функции как функционала. Им были впервые даны применения этой новой теории к изучению уравнений с частными производными. Получила дальнейшее развитие его идея обобщенного решения дифференциального уравнения. Обобщенные решения С. Л. Соболев стал рассматривать в пространствах функционалов (обобщенных функций). Начиная с 30-х гг. и особенно после работ французского математика Л. Шварца 50-х гг., создавшего ряд новых разделов этой теории и указавшего их новые применения, теория обобщенных функций интенсивно развивалась, ее идеи распространились на значительную часть математического анализа, где она прояснила многие старые факты и позволила установить новые общие закономерности. В сферу ее действия вошли также новые области математики: теория представлений классических групп, теория случайных процессов, общая теория меры и др.

Особенно большое влияние оказало создание теории обобщенных функций на развитие общей теории систем уравнений с частными производными. Основы этой теории были заложены И. Г. Петровским в 30–40-х гг. До работ И. Г. Петровского изучались в основном либо уравнения второго порядка, либо конкретные уравнения математической физики. И. Г. Петровский выделил и изучил важнейшие широкие классы систем уравнений с частными производными, что и составило фундамент общей теории. Последние десятилетия были периодом мощного развития этой теории. Благодаря обобщенным функциям многие ее разделы приобрели завершенный вид, были поставлены и решены новые задачи, получили решение многие старые проблемы. Существенным образом продвинулось также изучение уравнений математической физики. Классический анализ, складывавшийся веками, не давал решения многим задачам, которые выдвигались перед математиками развитием естествознания и техники. Для их решения потребовался новый математический аппарат.

Вот почему многие современные учебники и монографии по уравнениям с частными производными и уравнениям математической физики включают элементы теории обобщенных функций, так же как и теорию пространств Соболева, в качестве одной из своих глав с тем, чтобы ознакомить читателя с применяющимся аппаратом. Некоторые из них содержат дальнейшее развитие этой теории. Уже много лет теория обобщенных функций и пространства Соболева входят в учебные программы университетов и других высших учебных заведений. С ними будущие исследователи знакомятся на студенческой скамье.

Итак, в работах С. Л. Соболева было обобщено и расширено понятие функции и ее производной — основных понятий математической науки. Размеры статьи не позволяют нам объяснить точный смысл обобщенных функций и их роль в математике, не предполагая у читателя специальных математических знаний. Н. Е. Жуковский на одном из заседаний Московского математического общества сказал:

«Можно говорить, что математическая истина только тогда должна считаться вполне обработанной, когда она может быть объяснена всякому из публики, желающему ее усвоить».

Отметим, что такие физические величины, как конечная масса, сосредоточенная в точке, сосредоточенная сила, различного рода сосредоточенные включения, не могут быть описаны обычными функциями. Для своего математического описания они требуют использования определенных обобщенных функций — функций Дирака. Американский математик Янг как-то шутя заметил, что обобщенные функции подобны людям. Их свойства видны и понятны только в отношениях с другими функциями точно так же, как характеры людей раскрываются в общении и столкновении с другими людьми. Вероятно, рассказать коротко и понятно об обобщенных функциях и пространствах Соболева можно будет со временем и малоподготовленному читателю. В связи с этим вспоминается история, которую любил рассказывать И. Г. Петровский. Она такова. Один средневековый богатый купец пригласил ученого, чтобы посоветоваться с ним, как обучить сына математике (дело было в Германии). Этот ученый ответил купцу так: «Если вы хотите научить сына сложению, вычитанию и даже умножению целых чисел, то мы можем обучить этому у нас, в Германии. Но если вы хотите обучить его делению целых чисел, вам надо послать сына в Италию. Здесь, в Германии, мы не можем обучить его этому». И это действительно было сложно, потому что числа записывались римскими цифрами.

В 1941–1943 гг. Сергей Львович был директором Математического института им. В. А. Стеклова. В трудных условиях эвакуации в Казани С. Л. Соболев много сделал для организации в Математическом институте прикладных исследований, для оказания эффективной помощи фронту.

В 1943 г., вскоре после возвращения Математического института в Москву, С. Л. Соболев переходит на работу в Институт атомной энергии, директором которого в то время был И. В. Курчатов. С этим институтом, который вначале назывался Лабораторией № 2, связан большой период жизни С. Л. Соболева. Сергей Львович был первым заместителем директора и научным сотрудником этого института. Он работал над вопросами использования атомной энергии. Основной задачей являлось исследование сложных систем получения кондиционного ядерного горючего, их общей структуры, вопросов устойчивости. Значительная часть этих проблем относилась к уравнениям математической физики. В начале этой работы электронных вычислительных машин еще не было (они появились только к концу), и поэтому требовалось много усилий и изобретательности, чтобы получить необходимые численные результаты. Это был период напряженной творческой работы коллектива ученых института над созданием новой техники. (За работы, выполненные в Институте атомной энергии им. И. В. Курчатова, С. Л. Соболеву дважды была присуждена Государственная премия, а 8 января 1952 г. Сергею Львовичу было присвоено звание Героя Социалистического Труда за исключительные заслуги перед государством по выполнению специального задания Советского правительства.

С. Л. Соболев работал вместе с физиками, академиками И. В. Курчатовым, И. К. Кикоиным, М. А. Леонтовичем и др. Нужно было понимание всего физического процесса в целом, требовалось решать крупные конкретные задачи при очень малых вычислительных средствах. Перед С. Л. Соболевым стояли математические, чисто прикладные задачи, но они требовали больших усилий, ибо рассчитывать, оптимизировать, предсказывать приходилось сложнейшие процессы, которые до этого никогда не изучались. Это было дело государственной важности, и ученые института ощущали личную ответственность за его судьбу. С. Л. Соболев отдавал этому большому делу все свои силы. Жена С. Л. Соболева, Ариадна Дмитриевна, вспоминает, что в период работы в Институте атомной энергии он месяцами не бывал дома, часто уезжал в длительные и далекие командировки, но и в Москве много работал по ночам и дети видели его только по воскресеньям.

Несмотря на чрезвычайную занятость в Институте атомной энергии, все эти годы Сергей Львович читал лекции в Московском и Ленинградском университетах, руководил работой аспирантов, вел научные семинары. В 1950 г. вышла из печати его книга «Некоторые применения функционального анализа в математической физике», написанная на основе курса лекций, которые он читал в Ленинградском и Московском университетах. Эта книга сыграла исключительно большую роль в развитии нового важного направления в теории дифференциальных уравнений, основанного на применении идей и методов функционального анализа, начало которому было положено в работах С. Л. Соболева в 30-е гг. Она воспитала не одно поколение специалистов по уравнениям с частными производными у нас в стране и за рубежом, оказала на них большое идейное воздействие.

История возникновения этой книги такова. Как-то в Институте атомной энергии в кабинете С. Л. Соболева сломался замок, и дверь невозможно было открыть. Чтобы выйти, Сергей Львович попытался открыть ее ударом ноги. Дверь открылась, но нога была повреждена. Врачи уложили ногу в гипс и предписали больному домашний режим на 6 недель. Работа Сергея Львовича в институте прервалась, но за это время, находясь дома, он отредактировал записки своих лекций, написал некоторые части заново и сдал книгу в печать. (Эта книга переведена сейчас на многие языки мира.) Жаль, что в этой книге не нашли отражение его исследования по теории обобщенных функций и их применениям. Предполагалось, что они составят последнюю главу, но он не успел написать ее за эти 6 недель.

Получив снова возможность двигаться, С. Л. Соболев стал работать в институте, отдавая этому ответственному делу почти все свое время, силы и энергию. Ведь многие математические задачи ставились там впервые. Нужны были необыкновенная математическая интуиция и огромный труд, чтобы исчерпывающе и в заданный срок решать очень сложные конкретные задачи. С. Л. Соболев рассказывает:

«Работая в Институте атомной энергии, я приобрел вкус к вычислительной математике, осознал ее исключительные возможности. Поэтому я с удовольствием принял предложение И. Г. Петровского возглавить первую в нашей стране кафедру вычислительной математики Московского университета».

В 1958 г. он переезжает на постоянную работу в Новосибирск, и с этого момента начинается новосибирский период жизни С. Л. Соболева.

«Многие не понимали, даже друзья, что собственно заставило меня, — говорит Сергей Львович, — покинуть сильную кафедру в Московском университете и ехать в Сибирь, которая была, по существу, научной целиной». Действительно, возникает вопрос: что заставило трех математиков с мировым именем оставить столицу, кафедры, прославленные институты и стать во главе сложного и хлопотливого дела? Ведь для их научной работы не требуются просторы Сибири, ее новые возможности. Ответ на этот вопрос самого С. Л. Соболева, как всегда, чрезвычайно скромен: «Естественное желание человека прожить несколько жизней, начать что-то новое». На самом деле это было прежде всего проявление глубокого патриотизма, в высшей степени свойственного Сергею Львовичу. Он поехал в Новосибирск потому, что считал освоение Сибири, создание там научного потенциала одной из важнейших государственных задач.

В одной из статей, адресованной молодым ученым, он пишет:

«Что главное должен воспитывать в себе ученый? Нужно избавиться от излишнего честолюбия. Не следует думать, что счастливым может быть только гений. Нужно приучиться ценить даже маленькое достижение, радоваться ему и никогда не переоценивать себя. Нужно выработать в себе трудолюбие. Нужно понять и воспитать в себе радость познания, которая почти то же, что и радость жизни. Счастье в том, чтобы дело твоей жизни было нужно людям».

У С. Л. Соболева большая и дружная семья ... Сергей Львович очень любит детей, своих и чужих. Старшая дочь Светлана ... рассказывает, что поэзия вошла в их семью через отца. Он охотно и много читал им Пушкина, Маяковского, Пастернака, Ахматову, Блока.

Дочери вспоминают, что отец никогда и ни в чем не оказывал на них давления, ничего не предрешал. Он воздействовал всем строем своей скромной и трудовой жизни, тем, что всегда помогал их матери, помогал всем, кто нуждался в его помощи. Он ходил с детьми в туристические походы в Крыму и на Кавказе, учил их плавать и бегать на лыжах, сочинял для них стихи. Письма домой детям он иногда писал в стихах. По воскресеньям они вместе с отцом отправлялись в поход на лыжах или на прогулку пешком. Во время прогулок он много рассказывал детям, прививал им интерес к науке и к жизни, к явлениям природы. Он рассказывал теорию относительности Светлане, когда она была в V классе, и все было понятно в его рассказе.

Поражает разносторонняя образованность Сергея Львовича. Он хорошо знает биологию и особенно генетику, знает медицину и радиоастрономию, его живо интересуют проблемы наук, далеких от его профессии. С. Л. Соболев любит изучать иностранные языки. Английский и немецкий языки он изучил самостоятельно, уже будучи взрослым. Французский язык он знал с детства.

Сергей Львович обладает замечательными душевными качествами: исключительной скромностью, высокой принципиальностью, гражданским мужеством, доброжелательным отношением к людям, любовью к молодежи. Он никогда не говорит плохо о людях и очень доверчив.

Главное дело его жизни — служение любимой науке, математике. Он писал:

«Я не знаю, счастье это или что другое — просто вне научных проблем я не смог бы жить». С. Л. Соболев всегда радуется успехам своих коллег и учеников, охотно делится с ними своими идеями.

Он был избран членом-корреспондентом АН СССР в 1933 г., а в 1939 г. — ее действительным членом. Он является почетным доктором многих зарубежных университетов, членом иностранных академий.

Но приходилось слышать от Сергея Львовича, всемирно признанного ученого и очень скромного человека, и такие слова:

«Я живу с ощущением, что многое было дано мне заранее, в кредит; всю свою жизнь я пытаюсь доказать (хотя бы самому себе), что все это дано мне не задаром».

Из статьи С. С. Кутателадзе (2003)[4]:

Нет сомнений, что С. Л. Соболев входит в ряд людей, начинающийся с патриарха античной математики Евдокса. История не сохранила никаких подробностей о личности Евдокса. Однако имя Евдокса, открытия которого составили основу знаменитых «Начал» Евклида, будет жить, пока жива одна из древнейших наук — математика.

[4] Академик Сергей Соболев и свобода // Наука в Сибири. 2003. № 2. С. 7.

Наиглавнейшие черты личности С. Л. Соболева, бесспорно, отражены во вкладе, внесенном им в математику. Нельзя говорить об ученом такого класса, обойдя обсуждение существа его творчества.

Математика — весьма специальная сфера интеллектуального творчества, обладающая неповторимыми, только ей присущими особенностями. Георг Кантор, создатель теории множеств, писал в одной из своих классических работ в 1883 г.: “ ... das Wesen der Mathematik liegt grerade in ihrer Freiheit.” Иначе говоря, «сущность математики заключена в ее свободе».

Свобода математики далеко не сводится к отсутствию экзогенных ограничений на объекты и методы исследования. Свобода математики в немалой мере проявляется в предоставляемых ею новых интеллектуальных средствах овладения окружающим миром, которые раскрепощают человека, раздвигая границы его независимости.

Математика — человеческая наука, оперирующая с теми абстракциями, в которых люди воспринимают формы и отношения. Она немыслима без своих носителей — ученых-математиков. Ясно, что сущность математики дана нам только в ее проявлениях в трудах конкретных исследователей. Поэтому не будет большой натяжкой перефразировать утверждение Г. Кантора и сказать, что **сущность математика заключается в его свободе** ...

Главное математическое открытие С. Л. Соболева — понятие обобщенной производной. Со времен И. Ньютона и Г. В. Лейбница дифференцирование служит одним из важнейших средств естествознания, так как многие законы окружающего мира принято выражать на языке дифференциального исчисления в форме разнообразных дифференциальных уравнений.

С. Л. Соболев невероятно упростил условия применимости и неимоверно расширил сферу приложений операции дифференцирования. Совершенно очевидно, что новое понятие производной эквивалентно иной трактовке решения дифференциального уравнения.

Фактически С. Л. Соболев предложил считать функцию продифференцированной (или, что то же самое, дифференциальное уравнение решенным) просто в том случае, когда мы умеем определять любые сколь угодно замысловатые интегральные характеристики такой «обобщенной» производной (или «обобщенного» решения), хотя, возможно, производную в классическом смысле (или решение дифференциального уравнения) нам в деталях найти не удалось.

Новый тип зависимости между величинами, задаваемый интегральными характеристиками, принято называть обобщенной функцией или распределением. Капитальный вклад в теорию распределений и ее приложения внесли такие прославленные математики, как Л. Шварц, И. Гельфанд, Б. Мальгранж, Л. Эренпрайс и Л. Хёрмандер.

Оказалось, что обобщенные решения существуют у широчайшего класса задач, описываемых линейными уравнениями в частных производных с постоянными коэффициентами.

Понятие обобщенной производной изменило характер математической физики, синтезировав ее аппарат с геометрическими и алгебраическими идеями функционального анализа. Можно говорить о новых степенях свободы исследований, открытых С. Л. Соболевым будущим поколениям ученых.

А. Д. Александров любил говорить, что «как А. Лебег дал правильное понятие интеграла, так и С. Соболев дал правильное понятие производной». Эта аналогия справедлива и красива. Для полноты стоит отметить, что концепция

С. Л. Соболева основана лишь отчасти на интеграле Лебега. В то же время мне она представляется более дерзкой и парадоксальной. Так, все обобщенные функции обладают обобщенными производными, но далеко не все функции все же интегрируемы по Лебегу. В конечном счете совершенно неожиданно любые самые замысловатые распределения оказываются просто суммами обобщенных производных обычных гладких функций.

Свободный в своей сущности, Сергей Львович был свободен и в ее проявлениях. Только пигмеи духа заявляют об «исторической ошибочности создания Сибирского отделения Академии наук». Для С. Л. Соболева и его товарищей, М. А. Лаврентьева и С. А. Христиановича, инициатива создания Академгородка — нравственный императив, порыв благородных людей. В этом поступке проявилась подлинная гражданская свобода С. Л. Соболева, его ощущение долга перед своей страной ...

В той свободе, которой наслаждается мир, есть геройский вклад свободного и красивого человека — Сергея Львовича Соболева.