

ЗАКЛЮЧЕНИЕ ДИССЕРТАЦИОННОГО СОВЕТА Д 003.015.03,  
СОЗДАННОГО НА БАЗЕ ФЕДЕРАЛЬНОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО  
БЮДЖЕТНОГО УЧРЕЖДЕНИЯ НАУКИ ИНСТИТУТА МАТЕМАТИКИ  
ИМ. С. Л. СОБОЛЕВА СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ  
АКАДЕМИИ НАУК (МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО  
ОБРАЗОВАНИЯ) ПО ДИССЕРТАЦИИ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ  
СТЕПЕНИ ДОКТОРА НАУК

аттестационное дело № \_\_\_\_\_

решение диссертационного совета от «14» октября 2021 г., протокол № 4

О присуждении Копылову Ярославу Анатольевичу, гражданину Российской Федерации, ученой степени доктора физико-математических наук.

Диссертация «Гомологические аспекты теории локально выпуклых пространств, пространств Лебега и Орлича дифференциальных форм и гармонического анализа» по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ — принята к защите 9 апреля 2021 г., протокол № 1, диссертационным советом Д 003.015.03 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования), расположенного по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, д. 4. Диссертационный совет создан приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 714/нк от 2 ноября 2012 г.

Соискатель Копылов Ярослав Анатольевич, дата рождения «29» июня 1975 года, работает старшим научным сотрудником в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования).

Диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук «К  $L_p$ -теории дифференциальных форм на римановых

многообразиях» защитил в 2000 году в диссертационном совете, созданном на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования).

Диссертация выполнена в лаборатории римановой геометрии и топологии Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук (Министерство науки и высшего образования).

Официальные оппоненты:

1. Лосев Александр Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный университет» (г. Волгоград), институт математики и информационных технологий, директор, профессор;

2. Ткачев Владимир Геннадьевич, доктор физико-математических наук, доцент, Линчёпингский университет (г. Линчёпинг, Швеция), институт математики, доцент;

3. Шлапунов Александр Анатольевич, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет» (г. Красноярск), институт математики и фундаментальной информатики, профессор.

Ведущая организация — Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (г. Москва) — в своем положительном заключении, составленном и подписанном Хелемским Александром Яковлевичем, доктором физико-математических наук, профессором, профессором кафедры теории функций и функционального анализа, Мищенко Александром Сергеевичем, доктором физико-математических наук, профессором, профессором кафедры высшей геометрии и

топологии, Бородиным Петром Анатольевичем, доктором физико-математических наук, профессором, заместителем заведующего кафедрой теории функций и функционального анализа, Миллионщиковым Дмитрием Владимировичем, доктором физико-математических наук, профессором, заместителем заведующего кафедрой кафедры высшей геометрии и топологии, Ивановым Александром Олеговичем, доктором физико-математических наук, профессором, заместителем декана механико-математического факультета, указала, что:

«В обсуждаемой диссертации получены новые крупные научные результаты и решены важные трудные вопросы актуальной области математики. Поэтому мы считаем, что работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 — вещественный, комплексный и функциональный анализ, а её автор, Копылов Ярослав Анатольевич, заслуживает присуждения ему этой степени.»

Соискатель имеет 27 опубликованных работ, в том числе по теме диссертации опубликована 21 работа, из них в рецензируемых изданиях опубликована 21 работа. Работы по теме диссертации состоят из 21 статьи общим объемом 250 страниц, из них 13 статей опубликованы в отечественных научных изданиях, индексируемых в международные базы данных и систем цитирования, а 8 статей в зарубежных научных изданиях, индексируемых в международных базах данных и систем цитирования. Список работ по теме диссертации:

[1] Kopylov, Ya.A. Exact couples in a Raikov semi-abelian category / Ya.A.Kopylov // Cahiers de Topologie et Geometrie Differentielle Categoriqes. — 2004. — Vol. 45, № 3. — P. 162–178.

[2] Kopylov, Ya.A. An  $L_p$ -criterion of amenability for a locally compact group / Ya.A.Kopylov // Сибирские электронные математические известия. — 2005. — Т. 2. — С. 186–189.

[3] Kopylov, Ya.A. On the Lambek invariants Ker and Im of commutative

squares in a quasi-abelian category / Ya.A. Kopylov // Scientia. Series A: Mathematical Sciences. — 2005. — Vol. 11. — P. 57–67.

[4] Kopylov, Ya.A.  $L_{pq}$ -cohomology and normal solvability / Ya.A. Kopylov // Archiv der Mathematik (Basel) — 2007. — Vol. 89, № 1. — P. 87–96.

[5] Копылов, Я.А.  $L_{pq}$ -когомологии некоторых искривленных цилиндров / Я.А. Копылов // Доклады Российской академии наук. — 2008. — Т. 419, № 2. — С. 55–59.

[6] Копылов, Я.А. Кер-Сокер-последовательность и ее обобщение в некоторых классах аддитивных категорий / Я.А. Копылов, В.И. Кузьминов // Сибирский математический журнал. — 2009. — Т. 50, № 1. — С. 107–117.

[7] Копылов, Я.А. Леммы о гомоморфизмах в  $P$ -полуабелевых категориях / Я.А. Копылов // Сибирский математический журнал. — 2009. — Т. 50, № 5. — С. 1097–1104.

[8] Kopylov, Ya.A.  $L_{pq}$ -cohomology of warped cylinders / Ya.A. Kopylov // Annales Mathematiques Blaise Pascal. — 2009. — Vol. 16, № 2. — P. 321–338.

[9] Kopylov, Ya.A. Homology in  $P$ -semi-abelian categories / Ya.A. Kopylov // Scientia. Series A: Mathematical Sciences. — 2009. — Vol. 17. — P. 105–114.

[10] Копылов, Я.А. Аддиционная лемма Кузьминова–Шведова в квазиабелевой категории / Я.А. Копылов // Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Математика, механика, информатика. — 2010. — Т. 10, № 3. С. 63–75.

[11] Kopylov, Ya.A. On the notion of a semi-abelian category in the sense of Palamodov / Ya.A. Kopylov, S.-A. Wegner // Applied Categorical Structures. — 2012. — Vol. 20, № 5. — P. 531–541.

[12] Kopylov, Ya.A. The Two-Square Lemma and the connecting morphism in a preabelian category // Журнал Сибирского федерального университета. Математика и физика. — 2012. — Т. 5, № 3. — С. 316–325.

[13] Kopylov, Ya.A. On the homology sequence in a  $P$ -semi-abelian category / Ya.A. Kopylov // Сибирские электронные математические известия. — 2012. — Т. 9. — С. 190–200.

[14] Kopylov, Ya.A. Amenability of closed subgroups and Orlicz spaces / Ya.A.Kopylov // Сибирские электронные математические известия. — 2013. — Т. 10. — С. 583–590.

[15] Kopylov, Ya.A. Exact couples in semiabelian categories revisited / Ya.A.Kopylov, S.-A.Wegner // Journal of Algebra — 2014 — Vol. 414. — P. 264–270.

[16] Копылов, Я.А. Ф-гармонические функции на дискретных группах и первые  $I_\Phi$ -когомологии / Я.А.Копылов, Р.А.Паненко // Сибирский математический журнал. — 2014. — Т. 55, № 5. — С. 1104–1117.

[17] Gol'dshtein, V. Reduced  $L_{q\Phi}$ -cohomology of some twisted products / V.Gol'dshtein, Ya.A.Kopylov // Annales Mathematiques Blaise Pascal. — 2016. — Vol. 23, № 2. — P.151–169.

[18] Kopylov, Ya.A. Orlicz spaces of differential forms on Riemannian manifolds: duality and cohomology / Ya.A.Kopylov // Problemy Analiza Issues of Analysis. — 2017. — Vol. 6(24), № 2. — P. 57–80.

[19] Копылов, Я.А. Критерий Рао–Райтера аменабельности однородных пространств / Я.А.Копылов // Сибирский математический журнал. — 2018. — Т. 59, № 6. — С. 1375–1382.

[20] Gol'dshtein, V. Some calculations of Orlicz cohomology and Poincare–Sobolev–Orlicz inequalities / V.Gol'dshtein, Ya.A.Kopylov // Сибирские электронные математические известия. — 2019. — Т. 16. — С. 1079–1090.

[21] Gol'dshtein, V. The Sobolev–Poincare inequality and the  $L_{q\Phi}$ -cohomology of twisted cylinders / V.Gol'dshtein, Ya.A.Kopylov // Сибирские электронные математические известия. — 2020. — Т. 17. — С. 566–584.

Все результаты, выносимые на защиту, принадлежат соискателю. В совместных статьях [6, 11, 15, 17, 20, 21] с Кузьминовым В.И., Вегнером С.-А. и Гольдштейном В.М. вклад соавторов равен и неделим, что указано в тексте диссертации, а из совместной статьи [16] с Паненко Р.А. соискатель Копылов Я.А. использовал в диссертации только результаты, полученные им единолично.

На диссертацию поступили отзывы:

1. Лосева Александра Георгиевича, официального оппонента, отзыв положительный, содержит следующие замечания:

«1) Диссертация оформлена достаточно аккуратно, хотя некоторые опечатки и неточности все-таки присутствуют. Приведем некоторые примеры. На стр. 55 в п. 1.2. два раза подряд написано слово "введем". На стр. 55 в определении локально выпуклого борнологического пространства, может быть более точно было бы указать "поглощающее все ограниченные множества". На стр. 57 не очень удачно приводить утверждение (Предложение 1.4) со словами "нетрудно доказать" никак не комментируя способ или важные элементы доказательства. На стр. 59 в определении пространства Фреше было бы желательно уточнить — что понимается под полной "инвариантной" метрикой? Инвариантной относительно чего? На стр. 34, стр. 145 в формулировке леммы 2.1 было бы желательно определить константу  $q'$ . Аналогично на стр. 148 в теореме 2.2. Хотя из контекста можно понять чему она равна, но все-таки формула, определяющая данную константу, облегчила бы восприятие утверждений. На стр. 154 при рассмотрении поверхности вращения как риманова многообразия вероятно стоит добавить условие на поведение функции  $f$  в нуле. В противном случае можно потерять гладкость многообразия или получить многообразие с непустым краем. По крайней мере желательно уточнить поведение поверхности вращения в окрестности нуля. Из дальнейшего изложения можно предположить, что  $f(0) > 0$  (см., например, формула (2.13)). На стр. 170 по всей видимости опечатка в формуле. Вместо  $1/(p-1)$  перед интегралом должно быть  $1/(1-p)$ . На стр. 203 в определении  $P_p$  используется не очень удачная фраза. А именно, сразу непонятно какие именно условия эквивалентны. На стр. 248 внизу написана константа  $c$ , по всей видимости должна быть  $C$ . На стр. 250 должно быть "для каждого  $m$ ," а не  $n$ .

2) На стр. 163 не очень понятно почему существуют  $\max$  и  $\min$ ? Многообразия  $N$  является замкнутым?

3) На стр. 158 в доказательстве леммы 2.7 некоторые пункты, например  $d$ ,

но все-таки доказательство было бы желательно предъявить.»,

не влияющие на общую оценку работы;

2. Ткачева Владимира Геннадьевича, официального оппонента, отзыв положительный, содержит замечания:

«1) Строка 8-9 на стр 144: отсутствует ссылка на утверждение о нормальной разрешимости.

2) Ниже на той же странице следует исключить  $\{a\}$  из правой части определения:  $\Omega_{pq}^0([a,b),\{a\},v_0,v_1) = \{f \in \Omega_{pq}^0([a,b),/\{a\},v_0,v_1) \mid f(a)=0 \}$

3) В формулировке п.2 теоремы 2.2, по-видимому, пропущен знак эквивалентности.

4) На страницах 145–150 приводятся ссылки на результаты работы [22] для случая  $p=q$  и утверждается, что метод доказательства легко переносится на общий случай. Отсутствие в тексте диссертации точных ссылок на конкретные леммы и предложения из [22], однако, затрудняет проверку этих утверждений.»,  
не влияющие на общую оценку работы;

3. Шлапунова Александра Анатольевича, официального оппонента, отзыв положительный, содержит следующие замечания:

«Основным общим замечанием является то, что содержание первой главы немного диссонирует со следующими тремя главами. Именно, после погружения в теорию объектов достаточно высокого уровня, в главах 2–4 автор фактически возвращается к комплексу де Рама над банаховыми пространствами лебеговского типа (включая пространства Орлича). При этом общая теория первой главы не находит в диссертации других содержательных примеров.

Среди мелких замечаний отмечу некоторый разнобой в обозначениях (например, автор пишет то  $L^p$ , то  $L_p$  для пространств Лебега), по-видимому, неизбежный в работах такой длины, и выше среднего количество опечаток в главе 2 (например, «гедезических» вместо «геодезических» на с.186, стр. 4 сверху, «покрытию» вместо «покрятю» на с. 187, перед формулой 2.3.1,

«диффеоморфицзмы» вместо «диффеоморфизмы» на с.194, строка 2 снизу, «вышк» вместо «выше» на с.195, строка 12 снизу, и т. д.), которые однако не влияют на оценку диссертации.»

не влияющие на общую оценку работы;

4. Хелемского Александра Яковлевича, Мищенко Александра Сергеевича, Бородина Петра Анатольевича, Миллионщикова Дмитрия Владимировича, Иванова Александра Олеговича, представителей ведущей организации, содержит следующие замечания:

«Изложение диссертации не лишено некоторых недостатков. Во-первых, недостаточно ясно изложена мотивировка предложенных в первой главе категорных методов для решения гомологических задач в неабелевых категориях. Например, непонятно изложение теории точных пар Масси для построения спектральных последовательностей в неабелевых категориях. Во-вторых, затрудняет чтение и понимание нестандартное обозначение ядер и коядер в неабелевых категориях. Но эти недостатки не влияют на общую оценку работы.»

не влияющие на общую оценку работы.

Выбор официальных оппонентов обосновывается тем, что они являются компетентными специалистами в тематике диссертационного исследования. Они являются сотрудниками различных организаций и не имеют совместных публикаций с соискателем. Выбор ведущей организации — ФГБОУ ВО «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» (г.Москва) обосновывается тем, что она широко известна своими научными исследованиями и достижениями в математике, а в штат ее сотрудников входят признанные специалисты по функциональному и геометрическому анализу. Соискатель не работает в данной организации и не ведет с ее сотрудниками научно-исследовательской работы.

Диссертационный совет отмечает, что на основании выполненных соискателем исследований:

*разработаны* новые категорные методы исследования преабелевых и  $P$ -полуабелевых подкатегорий категории локально выпуклых пространств;

*предложены* новые нетривиальные свойства  $L_p$ -дифференциальных форм на некомпактных римановых многообразиях важного специального вида — скрученных цилиндрах;

*доказана* перспективность рассмотрения пространств Орлича для исследования связанных с когомологиями свойств локально компактных групп и римановых многообразий;

*развита* теория двойственности для пространств Орлича дифференциальных форм и редуцированных когомологий Орлича в рефлексивном случае.

Теоретическая значимость исследования обоснована тем, что:

*получены* для категорий бочечных и борнологических локально выпуклых пространств достаточные условия точности Кер-Сокер-последовательности и (ко)гомологической последовательности, соответствующей короткой строго точной последовательности комплексов, а также другие диаграммные теоремы;

*установлены* достаточные условия выполнения 5- и 9-леммы в категориях бочечных и борнологических пространств;

*выявлены* препятствия для построения спектральной последовательности точной пары в упомянутых категориях;

*выведены* условия нетривиальности  $L_{pq}$ -когомологий искривленного цилиндра в терминах двухвесового неравенства Харди на полуинтервале;

*найжены* аналитические достаточные условия тривиальности редуцированных и нередуцированных  $L_{pq}$ -когомологий скрученного цилиндра;

*показано*, что при  $p < q$  одномерные  $L_{pq}$ -когомологии общей группы Гейзенберга  $H_n$  бесконечномерны;

*доказаны* новый критерий аменабельности для замкнутой подгруппы

локально компактной группы в терминах ее действия на пространстве Орлича самой группы, а также новый критерий аменабельности однородного пространства;

*установлена* связь одномерных когомологий Орлича дискретной группы с наличием неаменабельной подгруппы;

*показано*, что двойственность Гельдера—Пуанкаре справедлива для редуцированных когомологий Орлича в рефлексивном случае;

*доказана* теорема типа Рисса об общем виде линейного непрерывного функционала на замыкании подпространства гладких форм с компактным носителем (пространстве Морса—Трэнсю) в пространстве Орлича;

*изучены* когомологии Орлича некоторых модельных многообразий.

Оценка достоверности результатов исследования выявила, что теория, построенная в диссертации, основана на известных, проверяемых фактах гомологической алгебры в преабелевых категориях,  $L_p$ -теории дифференциальных форм на римановых многообразиях, гармонического анализа, теории функциональных пространств Лебега и Орлича.

Личный вклад соискателя состоит в его личных научных результатах, разработке подходов к решению задач, своевременной подготовке основных публикаций по выполненной работе, личном участии в апробации результатов исследования.

В ходе защиты диссертации оппонентами были повторены критические замечания из отзывов.

Соискатель Копылов Я.А. согласился со всеми замечаниями, имеющимися в отзывах ведущей организации и официальных оппонентов.

На заседании 14 октября 2021 г. диссертационный совет пришел к выводу о том, что диссертация Копылова Ярослава Анатольевича представляет собой научно-квалификационную работу, являющуюся научным достижением в вещественном, комплексном и функциональном анализе, и соответствует

критериям, установленным Положением о порядке присуждения ученых степеней, утвержденным постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, и принял решение присудить Копылову Ярославу Анатольевичу ученую степень доктора физико-математических наук.

При проведении тайного голосования диссертационный совет в количестве 16 человек, из них 6 докторов наук по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ, участвовавших в заседании, из 21 человека, входящего в состав совета, проголосовали 15 человек: за — 15, против — нет, недействительных бюллетеней — нет.

Заместитель председателя диссертационного  
совета Д 003.015.03

Кутателадзе Семён Самсонович

Ученый секретарь диссертационного  
совета Д 003.015.03

Егоров Александр Анатольевич

Дата оформления заключения  
«15» октября 2021 г.