На правах рукописи

ТРИКАШНАЯ Наталия Вячеславовна

ТЕОРЕТИКО-МОДЕЛЬНЫЕ СВОЙСТВА ГРУППОИДОВ С УСЛОВИЯМИ АБЕЛЕВОСТИ И НОРМАЛЬНОСТИ

01.01.06. — математическая логика
алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Владивосток 2011

Работа выполнена в Дальневосточном федеральном университете.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук, доцент
Степанова Алёна Андреевна

Официальные оппоненты
доктор физико-математических наук, профессор
Пинус Александр Георгиевич

кандидат физико-математических наук, доцент
Больбот Александр Дмитриевич

Ведущая организация
Восточно-Сибирская государственная академия образования

Защита состоится 26 января 2012 г. в 16.00 на заседании диссертационного совета Д003.015.02 при Институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, Новосибирск, пр. акад. Коптюга, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан ≪ __ ≫ 2011 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,
кандидат физико-математических наук А.Н. Ряскин

Общая характеристика работы

Постановка задачи и актуальность темы диссертации.

Тема диссертации относится к теоретико-модельной алгебре. Предметом исследования являются группоиды, а именно, полугруппы, группоиды с единицей и квазигруппы. С помощью современного арсенала теории моделей и методов универсальной алгебры изучаются такие свойства этих группоидов, как абелевость, гамильтоновость, примитивная нормальность и аддитивность.

Понятие абелевости для алгебр было введено R. McKenzie [11] как обобщение понятия абелевой группы. Легко понять, что группа является абелевой алгеброй тогда и только тогда, когда она коммутативна. Также нетрудно показать, что унарные алгебры и модули являются абелевыми алгебрами. Абелевы алгебры изучались в работах H. Werner, W. Lampe, D. Hobby, R. McKenzie, M. Valeriot, R. Freese и др. (см.[21, 10, 4, 18, 6]). Абелевы алгебры сыграли важную роль в развитии теории коммутаторов [6], в исследованиях, связанных с функционально полными алгебрами [21]. Абелевы группоиды исследовались в работах W. Taylor, R. McKenzie, R. Warne, Е.В. Овчинниковой (см.[17, 12, 19, 20, 2]). В [2] Е.В. Овчинниковой приводится описание абелевых группоидов $\langle A, \cdot \rangle$, для которых $|A \cdot A| \leq 3$. В [12] R. McKenzie дается характеризация конечных абелевых полугрупп. R. Warne в [19, 20] приводит полное описание структуры абелевых полугрупп, в частности, описывает полупростые, квазирегулярные, периодические абелевы полугруппы.

Понятие сильной абелевости появилось в работе R. McKenzie [13] при описании конечных алгебр с определенным типом решеток конгруэнций. Примером сильно абелевых алгебр являются унарные алгебры. Результаты R. McKenzie, связанные с понятиями абелевой и сильно абелевой алгебры, явились толчком для развития теории ручных конгруэнций, являющейся основным инструментом исследования конечных алгебр.

Понятие гамильтоновости для алгебр было введено B. Csakany [5] и K. Shoda [16]. Оно является обобщением понятия гамильтоновой группы. Гамильтоновы алгебры изучались в работах R. McKenzie, E. Kiss, M. Valeriote (см.[7, 8, 14]). В работе [7] E. Kiss и M. Valeriote показали, что если декартов квадрат алгебры гамильтонов, то сама алгебра абелева.

В данной работе описаны абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы конечные квазигруппы и группоиды с единицей. Охарактеризованы абелевы полугруппы с условием минимальности всех односторонних главных идеалов, сильно абелевы полугруппы и гамильтоновы полугруппы с условием абелевости.

Абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы многообразия алгебр изучались в работах таких математиков, как D. Hobby, R. McKenzie, E. Kiss, M. Valeriot, L. Klukovits (см.[4, 7, 8, 14, 9]). В [8] E. Kiss и M. Valeriot показали, что если конечная алгебра порождает сильно абелевое многообразие, то она гамильтонова. В [7] эти же авторы доказали, что если многообразие гамильтоново, то оно абелево. В [18] M. Valeriot показал, что если конечная простая алгебра абелева, то она гамильтонова. В [7] E. Kiss и M. Valeriot показали, что для локально конечного многообразия свойства абелевости и гамильтоновости эквивалентны.

Нами дана характеризация конечных квазигрупп, группоидов с единицей и полугрупп, порождающих абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы многообразия.

Примитивно нормальные и аддитивные теории изучались Е.А. Палютиным в [3, 15]. Эти теории являются обобщением теории модулей. Как и теория модулей, данные теории допускают элиминацию кванторов до примитивных формул. Легко понять, что алгебры, теория которых примитивно нормальна, являются абелевыми. В аддитивных теориях, являющихся по определению примитивно нормальными, на факторах любых примитивных копий моделей этих теорий по некоторой примитивной эквивалентности можно определить с помощью примитивной формулы изоморфные абелевы группы. Это свойство аддитивных теорий обобщает известное свойство модулей: в любом модуле примитивные копии являются классами смежности некоторой абелевой группы.

В данной работе описаны квазигруппы, группоиды с единицей и полугруппы с примитивно нормальными и аддитивными теориями.

Основное содержание диссертации.

В работе получены следующие основные результаты:

– описаны абелевы группоиды с единицей, абелевы конечные квазигруппы и абелевы полугруппы с условием минимальности всех односторонних главных идеалов (теоремы 2.1, 2.8, 2.18);

– дана характеризация гамильтоновых группоидов с единицей и полугрупп при условии абелевости этих алгебр; доказано, что конечная абелева квазигруппа является гамильтоновой алгеброй. (теоремы 2.5, 2.23, 2.11);

– описаны полугруппы, группоиды с единицей и квазигруппы, порождающие абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы многообразия (теоремы 3.1, 3.2, 3.3, 3.6, следствия 3.4, 3.7);

– дана характеризация полугрупп, группоидов с единицей и квазигрупп с примитивно нормальными и аддитивными теориями (теоремы 4.2, 4.5, 4.6, 4.7)

Новизна и научная значимость работы. Результаты диссертации являются новыми и носят теоретический характер. Они могут быть использованы в теоретико–модельной алгебре, в универсальной алгебре, при чтении спецкурсов по теории моделей и универсальной алгебре, написании учебных пособий и монографий.

Апробация работы. Результаты диссертации излагались автором на семинарах Института математики СО РАН (г. Новосибирск), Института прикладной математики ДВО РАН (г. Владивосток), Дальневосточного федерального университета, а также на следующих международных конференциях и школах–семинарах: Российская школа-семинар “Синтаксис и семантика логических систем” (Владивосток, 2008), Международная конференция “Мальцевские чтения” (Новосибирск, 2009), Международная конференция “Мальцевские чтения” (Новосибирск, 2010), Российская школа-семинар “Синтаксис и семантика логических систем” (Иркутск, 2010), Международный алгебраический симпозиум (Москва, 2010), Международная конференция “Мальцевские чтения” (Новосибирск, 2011), Дальневосточная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по теоретической и прикладной математике (Владивосток, 2011).

Публикации. Результаты диссертации опубликованы 1) в работах [27, 28] из журналов, входящих в перечень ВАК ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, 2) в работах [23, 30]. Три работы [23, 27, 30] выполнены в соавторстве, где А.А. Степановой принадлежит постановка задач и общее руководство.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав и списка литературы. Компьютерный набор выполнен с использованием пакета LaTeX. Общий объем диссертации 69 страниц. Библиография включает 47 наименований.

Содержание работы

В первой главе приводятся необходимые для дальнейшего сведения из универсальной алгебры и теории моделей.

В первом параграфе второй главы дается описание абелевых, сильно абелевых и гамильтоновых квазигрупп и группоидов с единицей.

Алгебра называется *абелевой,* если для любой полиномиальной операции $t(x, y_1, \ldots, y_n)$ и любых элементов $u, v, c_1, \ldots, c_n, d_1, \ldots, d_n$ алгебры из равенства $t(u, c_1, \ldots, c_n) = t(u, d_1, \ldots, d_n)$ следует $t(v, c_1, \ldots, c_n) = t(v, d_1, \ldots, d_n)$. Алгебра называется *сильно абелевой,* если для любой полиномиальной операции $t(x, y_1, \ldots, y_n)$ и любых элементов $a, b, e, c_1, \ldots, c_n,\quad d_1, \ldots, d_n$ алгебры из равенства $t(a, c_1, \ldots, c_n) = t(b, d_1, \ldots, d_n)$ следует $t(e, c_1, \ldots, c_n) = t(e, d_1, \ldots, d_n)$. Алгебра называется *гамильтоновой,* если любая ее подалгебра является классом некоторой конгруэнции алгебры.

Теорема 2.1. *Пусть $\langle A; \cdot \rangle$ – группоид с единицей. Группоид $\langle A; \cdot \rangle$ является абелевой алгеброй тогда и только тогда, когда $\langle A; \cdot \rangle$ – коммутативная полугруппа, такая что для любых $a, b \in A$ уравнение $a \cdot x = b$ имеет не более одного решения в $\langle A; \cdot \rangle$.*

Утверждение 2.3. *Группоид с единицей $\langle A, \cdot \rangle$ сильно абелев тогда и только тогда, когда $|A| = 1$.*

Теорема 2.5. *Пусть $\langle A; \cdot \rangle$ – абелев группоид с единицей. Группоид $\langle A; \cdot \rangle$ является гамильтоновой алгеброй тогда и только тогда, когда $\langle A; \cdot \rangle$ – периодическая абелева группа.*

Пусть $\langle A; \cdot \rangle$ – квазигруппа, $a \in A$. Введем обозначения (см. [1]):

$$R_a(x) = x \cdot a, \;\; L_a(x) = a \cdot x, \;\; x + y = R_a^{-1}(x) \cdot L_a^{-1}(y).$$

Ясно, что $R_a(x)$ и $L_a(x)$ – перестановки множества A , $\langle A; + \rangle$ – квазигруппа с нейтральным элементом $a \cdot a$ и равенства $r_a(x) + a = R_a^{-1}(x)$, $l_a(x) + a = L_a^{-1}(x)$ определяют перестановки $r_a(x)$ и $l_a(x)$ множества A .

Теорема 2.8. *Пусть $\langle A; \cdot \rangle$ – конечная квазигруппа, $a \in A$. Квази-*

группа $\langle A;\cdot\rangle$ является абелевой алгеброй тогда и только тогда, когда

(1) $\langle A;+\rangle$ – абелева группа,

(2) перестановки $r_a(x)$ и $l_a(x)$ являются автоморфизмами $\langle A;+\rangle$.

Утверждение 2.9. *Квазигруппа $\langle A,\cdot\rangle$ сильно абелева тогда и только тогда, когда $|A|=1$.*

Теорема 2.11. *Любая конечная абелева квазигруппа является гамильтоновой алгеброй.*

Во втором параграфе второй главы изучаются абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы полугруппы с условием минимальности всех односторонних главных идеалов. В работах Warne R.J. [19, 20] описаны абелевы полугруппы. Для доказательства теорем 2.21 и 2.23, дающих характеризацию сильно абелевых и гамильтоновых полугрупп, достаточно описать абелевы полугруппы с условием минимальности всех односторонних главных идеалов.

Полугруппа $\langle A;\cdot\rangle$ называется *прямоугольной связкой полугрупп,* если существует семейство $\{A_{i\lambda}\mid i\in I,\lambda\in\Lambda\}$, являющееся разбиением множества A , причем $\langle A_{i\lambda};\cdot\rangle$ – подполугруппы полугруппы $\langle A;\cdot\rangle$ и для любых $i\in I,\lambda,\mu\in\Lambda$ выполняется включение $A_{i\lambda}\cdot A_{j\mu}\subseteq A_{i\mu}$. Полугруппа $\langle A;\cdot\rangle$ называется *раздуванием* полугруппы $\langle B;\cdot\rangle$, если существует разбиение $\{X_a\mid a\in B\}$ множества A такое, что $a\in X_a$ и $xy=ab$ для любых $a,b\in B,x\in X_a,y\in X_b$. Полугруппа $\langle A;\cdot\rangle$ называется *периодической,* если для любого $a\in A$ существуют $n,m\in\omega,n>m$, такие что $a^n=a^m$.

Теорема 2.18. *Пусть все односторонние главные идеалы полугруппы $\langle A,\cdot\rangle$ минимальны. Тогда полугруппа $\langle A,\cdot\rangle$ является абелевой алгеброй в том и только в том случае, когда $\langle A,\cdot\rangle$ – раздувание прямоугольной связки абелевых групп и произведение идемпотентов из A является идемпотентом из A .*

Теорема 2.21. *Полугруппа $\langle A,\cdot\rangle$ является сильно абелевой алгеброй тогда и только тогда, когда $\langle A,\cdot\rangle$ – раздувание прямоугольной связки идемпотентов.*

Теорема 2.23. *Абелева полугруппа* $\langle A, \cdot \rangle$ *является гамильтоновой алгеброй тогда и только тогда, когда* $\langle A, \cdot \rangle$ *– раздувание прямоугольной связки периодических абелевых групп и произведение идемпотентов из* A *является идемпотентом из* A *.*

В первом параграфе третьей главы описываются полугруппы, порождающие абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы многообразия.

Многообразие называется абелевым (сильно абелевым, гамильтоновым), если все алгебры этого класса абелевы (сильно абелевы, гамильтоновы).

Пусть $\langle A, \cdot \rangle$ – группоид. Обозначим через $V(A)$ многообразие, порожденное группоидом $\langle A, \cdot \rangle$.

Теорема 3.1. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– полугруппа. Следующие условия эквивалентны:*

(1) многообразие $V(A)$ *абелево;*

(2) многообразие $V(A)$ *гамильтоново;*

(3) полугруппа $\langle A, \cdot \rangle$ *– раздувание прямоугольной связки абелевых групп конечного периода и произведение идемпотентов из* A *является идемпотентом из* A *.*

Теорема 3.2. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– полугруппа. Многообразие* $V(A)$ *сильно абелево тогда и только тогда, когда* $\langle A, \cdot \rangle$ *– раздувание прямоугольной связки идемпотентов.*

Во втором параграфе третьей главы дается характеризация группоидов с единицей и квазигрупп, порождающих абелевы, сильно абелевы и гамильтоновы многообразия.

Теорема 3.3. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– группоид с единицей. Следующие условия эквивалентны:*

(1) многообразие $V(A)$ *абелево;*

(2) многообразие $V(A)$ *гамильтоново;*

(3) группоид $\langle A, \cdot \rangle$ *является абелевой группой конечного периода.*

Следствие 3.4. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– группоид с единицей. Многообразие* $V(A)$ *сильно абелево тогда и только тогда, когда* $|A| = 1$ *.*

Теорема 3.6. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– конечная квазигруппа. Следующие условия эквивалентны:*

(1) многообразие $V(A)$ *абелево;*

(2) многообразие $V(A)$ *гамильтоново;*

(3) квазигруппа $\langle A, \cdot \rangle$ *является абелевой алгеброй;*

(4) $\langle A; + \rangle$ *– абелева группа и перестановки* $r_a(x)$ *и* $l_a(x)$ *являются автоморфизмами* $\langle A; + \rangle$.

Следствие 3.7. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– квазигруппа. Многообразие* $V(A)$ *сильно абелево тогда и только тогда, когда* $|A| = 1$.

В четвертой главе дается описание полугрупп, группоидов с единицей и квазигрупп с примитивно нормальными и аддитивными теориями.

В первом параграфе четвертой главы описываютс полугруппы с примитивно нормальными и аддитивными теориями.

Пусть T – полная теория языка L . Зафиксируем некоторую достаточно большую и достаточно насыщенную модель $\mathcal{C}$ теории T , которая называется *монстр–моделью,* так как предполагается, что все рассматриваемые модели теории T являются ее элементарными подмоделями. Все элементы, кортежи элементов и множества будут браться из монстр-модели $\mathcal{C}$. Пусть $\bar{s} = \langle s_1, \ldots, s_n \rangle$ – кортеж элементов или переменных, A – некоторое множество. Через $l(\bar{s})$ обозначим длину кортежа $\bar{s}$, т.е. $l(\bar{s}) = n$. Если $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$ – формула языка L , $\mathcal{A}$ – модель теории T , $\bar{a}$ – кортеж элементов из $\mathcal{A}$ и $l(\bar{a}) = l(\bar{y})$, то через $\Phi(\mathcal{A}, \bar{a})$ будем обозначать множество $\{\bar{b} \mid \mathcal{A} \models \Phi(\bar{b}, \bar{a})\}$.

Формула вида

$$\exists x_1 \ldots \exists x_n (\Phi_0 \wedge \ldots \wedge \Phi_k),$$

где Φ_i $(i \leq k)$ — атомарные формулы, называется *примитивной.*

Пусть $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$ – примитивная формула языка L , $\bar{a}$ – кортеж элементов и $l(\bar{a}) = l(\bar{y})$. Множество вида $\Phi(\mathcal{C}, \bar{a})$ называется *примитивным множеством.* Если $\bar{b}$ – кортеж элементов и $l(\bar{b}) = l(\bar{y})$, то множества $\Phi(\mathcal{C}, \bar{a})$ и $\Phi(\mathcal{C}, \bar{b})$ называются *примитивными копиями.*

Эквивалентность α на некотором множестве X n-ок элементов из $\mathcal{C}$, определенная в $\mathcal{C}$ с помощью некоторой примитивной формулы $\Phi(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, называется *примитивной эквивалентностью.* Область определения X такой эквивалентности α определяется в $\mathcal{C}$ примитивной формулой $\Phi(\bar{x}, \bar{x})$ и обозначается через $dom(\alpha)$. Если $\bar{a} \in X$, то через $\bar{a}/\alpha$ будем обозначать класс эквивалентности α с представителем $\bar{a}$.

Теория T называется *примитивно нормальной,* если для любых примитивных копий X, Y выполнено $X = Y$ или $X \cap Y = \varnothing$.

Алгебру $\mathcal{A}$ назовем *примитивно нормальной,* если теория $Th(\mathcal{A})$ примитивно нормальна.

Теорема 4.2. *Пусть $\langle A, \cdot \rangle$ – полугруппа. Следующие условия эквивалентны:*

(1) полугруппа $\langle A, \cdot \rangle$ примитивно нормальна;

(2) полугруппа $\langle A, \cdot \rangle$ является абелевой алгеброй и все односторонние главные идеалы полугруппы минимальны;

(3) полугруппа $\langle A, \cdot \rangle$ является раздуванием прямоугольной связки абелевых групп и произведение идемпотентов из A является идемпотентом из A.

Множество X называется Δ*-примитивным,* если существует такое семейство S примитивных множеств, что

$$X = \bigcap \{Y \mid Y \in S\}.$$

Эквивалентность α называется Δ*-примитивной,* если существует такое множество E примитивных эквивалентностей, что

$$\alpha = \bigcap \{\beta \mid \beta \in E\}.$$

Классы X и Y одной Δ-примитивной эквивалентности α называются Δ*-примитивными копиями.* Множество вида $X = X^*/\alpha = \{a/\alpha \mid a \in X^*\}$, где X^* – Δ-примитивное множество, α – примитивная эквивалентность и $X^* \subseteq dom(\alpha)$, называется *обобщенно примитивным множеством.* При этом X^* называется *основой,* а α – *образующей эквивалентностью* обобщенно примитивного множества X. Обобщенно примитивные множества X_0 и X_1 называются *обобщенно примитив-*

ными копиями, если у них есть общая образующая эквивалентность, а их основы X_0^* и X_1^* являются Δ-примитивными копиями.

Пусть обобщенно примитивные множества X_0 и X_1 являются обобщенно примитивными копиями и α – их образующая эквивалентность. Говорят, что X_0 *аддитивно связано с* X_1, если существуют примитивные формулы $\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{u})$, $\Psi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{d})$ (с параметрами $\bar{d}$), примитивная эквивалентность β и кортежи элементов $\bar{b}_0$, $\bar{b}_1$ такие, что

(a) $(\alpha \cap (X_i^*)^2) \subseteq \beta$, $i \leq 1$;

(b) для любого $i \leq 1$ формула $\Phi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}, \bar{b}_i)$ задает в $\mathcal{C}$ на X_i^*/β абелеву группу, причем эта группа нетривиальна, если множество X_0 или X_1 более, чем одноэлементно;

(c) формула $\Psi(\bar{x}, \bar{y}, \bar{d})$ задает изоморфизм групп, определенных в (b).

Теория T называется *аддитивной,* если она примитивно нормальна и любые обобщенно примитивные копии аддитивно связаны. Алгебру $\mathcal{A}$ назовем *аддитивной,* если теория $Th(\mathcal{A})$ аддитивна.

Теорема 4.5. *Полугруппа* $\langle A; \cdot \rangle$ *аддитивна тогда и только тогда, когда* $\langle A; \cdot \rangle$ *является абелевой группой.*

Во втором параграфе четвертой главы дается харатеризация группоидов с единицей и квазигрупп с примитивно нормальными и аддитивными теориями.

Теорема 4.6. *Пусть* $\langle A; \cdot \rangle$ *– группоид с единицей. Следующие условия эквивалентны:*

(1) группоид $\langle A, \cdot \rangle$ *примитивно нормален;*

(2) группоид $\langle A, \cdot \rangle$ *аддитивен;*

(3) группоид $\langle A, \cdot \rangle$ *является абелевой алгеброй и для любых* $a, b \in A$ *уравнение* $a \cdot x = b$ *имеет решение в* $\langle A; \cdot \rangle$*;*

(4) группоид $\langle A, \cdot \rangle$ *является абелевой группой.*

Теорема 4.7. *Пусть* $\langle A, \cdot \rangle$ *– квазигруппа,* $a \in A$*. Следующие условия эквивалентны:*

(1) квазигруппа $\langle A, \cdot \rangle$ *примитивно нормальна;*

(2) квазигруппа $\langle A, \cdot \rangle$ *аддитивна;*

(3) $\langle A, +\rangle$ *– абелева группа и перестановки* $r_a(x)$ *и* $l_a(x)$ *являются автоморфизмами* $\langle A, +\rangle$.

Теорема 4.8. *Пусть* $\langle A, \cdot\rangle$ *– конечная квазигруппа,* $a \in A$ *. Следующие условия эквивалентны:*

(1) квазигруппа $\langle A, \cdot\rangle$ *примитивно нормальна;*

(2) квазигруппа $\langle A, \cdot\rangle$ *аддитивна;*

(3) квазигруппа $\langle A, \cdot\rangle$ *является абелевой алгеброй;*

(4) $\langle A, +\rangle$ *– абелева группа и перестановки* $r_a(x)$ *и* $l_a(x)$ *являются автоморфизмами* $\langle A, +\rangle$.

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю д.ф.-м.н. А.А. Степановой за внимание к работе и всестороннюю поддержку.

Список литературы

[1] Белоусов В.Д. Основы теории квазигрупп и луп // М.: Наука. 1967.

[2] Овчинникова Е.В. Об абелевых группоидах с образами малой мощности // Алгебра и теория моделей. Сборник статей. НГТУ. 2005. С.125-131.

[3] Палютин Е.А. Примитивно связные теории // Алгебра и логика. 2000. Т.39. No.2, С.145-169.

[4] Хобби Д., Макензи Р. Строение конечных алгебр // М.: Мир. 1993.

[5] Csakany B. Abelian properties of primitive classes of universal algebras // Acta. Sci. Math. Szeged. 1964. No25. P.202-208.

[6] Freese R., McKenzie R. Commutator theory for congruence modular varieties // Volume 125 of London Mathematical Society Note Series. Cambridge University Press. 1987.

[7] Kiss E. , Valeriote M. Abelian algebras and the Hamiltonian property // J. Pure Appl. Algebra. 1993. V.87. No.1. P.37–49.

[8] Kiss E., Valeriote M. Strongly abelian varieties and the Hamiltonian property // Canad. J. Math. 1991. V.43. No.2. P.1-16.

[9] Klukovits L. Hamiltonian varieties of universal algebras // Acta. Sci. Math. 1975. No37. P.11-15.

[10] Lampe D., Freese R. and Taylor W. Congruence lattices of algebras of fixed similarity type // I. Pacific Journal of Math. 1979. No.82. P.59-68.

[11] McKenzie R. On minimal, locally finite varieties with permuting congruence relaion // Berkeley Manuscript. 1976.

[12] McKenzie R. The Number of Non-isomorphic Models in Quasi-varieties of Semigroups // Algebra Universalis. 1983. No.16. P.195-203.

[13] McKenzie R. Finite forbidden latties // In Universal Algebra and Lattice Theory. Volume 1004 of Springer Lectures Notes. Springer-Verlag. 1983.

[14] McKenzie R. Congruence extencion, Hamiltonian and Abelian properties in locally finite varieties // Algebra Universalis. 1991. No28. P.589-603.

[15] Palyutin E.A. Additive theory // Proceedings of Logic Colloquium'98 (Lecture Notes in Logic, 13). ASL. Massachusetts. 2000. P.352-356.

[16] Shoda K. Zur theorie der algebraischen erweiterungen // Osaka Math. Journal. 1952. No4. P.133-143.

[17] Taylor W. Some Application of the Term Condition // Algebra Universalis. 1994. No.31. P.113-123.

[18] Valeriot M. Finite simple Abelian algebras are strictly simple // Proc. of the Amer. Math. Soc. 1990. No.108. P.49-57.

[19] Warne R.J. Semigroups obeying the term conditions // Algebra Universalis. 1994. No.31. P.113-123.

[20] Warne R.J. Semigroups and Inflations // Semigroup Forum. 1997. V.54. P.271-277.

[21] Werner H. Congruences on products of algebras and functionally complete algebras // Algebra Universalis. 1974. No.4. P.99-105.

Список работ автора по теме исследования

[22] Степанова А.А., Трикашная Н.В. Абелевы полугруппы // Российская школа-семинар “Синтаксис и семантика логических систем”. Тезисы докладов. Владивосток: Изд-во Дальнаука. 2008. С.22.

[23] Степанова А.А., Трикашная Н.В. Абелевы и гамильтоновы группоиды // М.: Фундаментальная и прикладная математика, 2009, Т. 15. №7. С. 165-177.

[24] Степанова А.А., Трикашная Н.В. Сильно абелевы группоиды // Материалы международной конференции “Мальцевские чтения” / Институт математики СО РАН, Новосибирск. 2009.

[25] Трикашная Н.В. Абелевы и гамильтоновы многообразия некоторых группоидов // Материалы международной конференции “Мальцевские чтения” / Институт математики СО РАН, Новосибирск. 2010.

[26] Трикашная Н.В. Полугруппы с примитивно нормальными теориями // Российская школа-семинар “Синтаксис и семантика логических систем”. Тезисы докладов. Иркутск. 2010. С. 126.

[27] Степанова А.А., Трикашная Н.В. Абелевы и гамильтоновы многообразия группоидов // Новосибирск: Алгебра и логика. 2011. Т.50. №3. С. 388-398.

[28] Трикашная Н.В. Группоиды с примитивно нормальными и аддитивными теориями // Новосибирск: Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2011. Т.11. вып.4. С.68-77.

[29] Трикашная Н.В. Группоиды с примитивно нормальными теориями // Материалы международной конференции “Мальцевские чтения” / Институт математики СО РАН, Новосибирск. 2011.

[30] Степанова А.А., Трикашная Н.В. Об абелевых полугруппах // Algebra and Model Theory. Collection of papers. Edited by A.G. Pinus,

K.N. Ponomarev, S.V. Sudoplatov, and E.I. Timoshenko. Novosibirsk State Technical University, 2011. - P. 75-81.