На правах рукописи

Старолетов Алексей Михайлович

РАСПОЗНАВАНИЕ ПО СПЕКТРУ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ КОНЕЧНЫХ ПРОСТЫХ ГРУПП

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск-2012

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Научные руководители:
доктор физико-математических наук профессор
член-корреспондент РАН
Мазуров Виктор Данилович,
доктор физико-математических наук профессор
Васильев Андрей Виктрович.

Официальные оппоненты:
Шлёпкин Анатолий Константинович
доктор физико-математических наук,
профессор,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Красноярский государственный аграрный университет»,
зав. кафедрой прикладной математики;

Зиновьева Марианна Рифхатовна
кандидат физико-математических наук, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина», кафедра вычислительных методов и уравнений математической физики, доцент.

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики и механики
Уральского отделения Российской академии наук.

Защита состоится 16 ноября 2012 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 003.015.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: пр. Академика Коптюга 4, г. Новосибирск, 630090.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан 10 октября 2012 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук А. Н. Ряскин

Общая характеристика работы

Конечные группы обладают различными числовыми характеристиками, примерами могут служить порядок группы, порядки элементов, размеры централизаторов элементов. Нетрудно заметить, что групп фиксированного порядка существует лишь конечное число, поэтому естественно ожидать, что знание тех или иных числовых величин группы позволяет получить существенную информацию о ней. В частности, недавно А.В. Васильев, М.А. Гречкосеева, В.Д. Мазуров показали, что порядок группы в совокупности с множеством порядков элементов группы с точностью до изоморфизма определяет любую конечную простую группу в классе всех конечных групп [9].

Для произвольной конечной группы G *спектром* называется множество порядков элементов группы G, обозначается это множество через $\omega(G)$. Две группы, имеющие одинаковый спектр, называются *изоспектральными*. Пусть $h(G)$ — это число попарно неизоморфных конечных групп, изоспектральных группе G. Конечная группа G называется *распознаваемой по спектру* (кратко *распознаваемой*), если $h(G) = 1$. Другими словами, группа G распознаваема, если для любой конечной группы H равенство $\omega(H) = \omega(G)$ влечет изоморфизм $H \simeq G$. Если $h(G) < \infty$, то G называется *почти распознаваемой по спектру*. Наконец, группа G называется *нераспознаваемой по спектру*, если $h(G) = \infty$. Говорят, что для группы G решена проблема распознавания, если найдено значение числа $h(G)$ и в случае конечности $h(G)$ указаны все группы, изоспектральные группе G.

К первым работам, посвященным изучению спектра как определяющего множества для тех или иных конечных групп, можно отнести работы Г. Хигмана [24], М. Сузуки [30] и Р. Брандла [18], описавшие группы, в спектре которых присутствуют только степени простых чисел (такие группы называются $EPPO$-группами), а также работы В. Ши, посвященные распознаваемости по спектру знакопеременной группы степени 5 и группы $PSL_2(7)$ [27], [28]. Позже Ши сформулировал общую проблему распознавания по спектру для конечных простых групп, которая на протяжении 30 лет привлекает внимание исследователей, но до сих пор полностью не решена (см. обзоры [15], [26], [23]). Отметим, что простые группы неслучайно представляют основной интерес с точки зрения проблемы распознавания по спектру, это объясняется тем, что в [29] Ши показал, что группа, обладающая нетривиальной нормальной разрешимой подгруппой, обязательно нераспознаваема (строгое доказательство этого утверждения опубликовано Мазуровым в [14]), в частности, все разрешимые группы нераспознаваемы.

Далее для конечных простых неабелевых групп будут использоваться следующие обозначения: знакопеременная группа степени n обозначается через Alt_n, спорадические простые группы и простые исключительные группы лиева типа обозначаются в соответствии с «Атласом конечных простых групп» [21]. Для классических групп в случае ортогональных и симлектических используется лиева нотация, в то время как для линейных и унитарных групп используются их матричные обозначения, а именно простая линейная группа $PSL_n(q)$ обозначается через $L_n(q)$, простая унитарная группа $PSU_n(q)$ через $U_n(q)$. Кроме того, симметрическая группа степени n обозначается через Sym_n.

Важную роль при решении проблемы распознавания для группы G играет так называемый *граф простых чисел* $GK(G)$. Другое его название — граф Грюнбрега–Кегеля. Множество вершин этого графа совпадает с множеством простых делителей порядка группы G, две вершины, соответствующие двум различным простым числам p и q, соединены ребром тогда и только тогда, когда $pq \in \omega(G)$. Заметим, что по аналогии с задачей распознавания группы по спектру можно сформулировать задачу распознавания группы по графу простых чисел. Поскольку граф простых чисел группы G полностью определяется по спектру, то распознаваемая по графу группа будет распознаваемой и по спектру. Обратное неверно, графы простых чисел Alt_5 и Alt_6 совпадают, но $h(Alt_5) = 1$ [27].

Граф простых чисел был впервые определен в работах Грюнберга и Кегеля, ими же была доказана теорема о строении групп с несвязным графом простых чисел, впервые опубликованная в статье Дж. Вильямса [31], описавшего в ней простые конечные группы с несвязным графом простых чисел, за исключением групп лиева типа характеристики 2. Список групп с несвязанным графом простых чисел среди оставшихся простых групп был получен в работе А.С. Кондратьева [13]. Теорема Грюнберга–Кегеля утверждает, что если группа G неразрешима и граф $GK(G)$ несвязен, то существует неабелева простая группа S такая, что $S \leq G/K \leq \operatorname{Aut} S$ для максимальной нормальной разрешимой подгруппы K в G, более того $s(S) \geq s(G)$. Из работы М.Р. Зиновьевой (Алеевой) [1] и совместной работы М. Лучидо и А. Могхаддамфара [25] следует, что если конечная неабелева простая группа L изоспектральна разрешимой группе, то $L \simeq L_3(3)$, $U_3(3)$, $C_2(3)$ или Alt_{10}. В [1] построены примеры разрешимых групп, изоспектральных $L_3(3)$, $U_3(3)$. Пример разрешимой группы с тем же спектром, что и у $C_2(3)$, был получен А.В. Заварнициным [12]. В диссертации показывается, что любая конечная группа, изоспектральная Alt_{10}, неразрешима. Суммируя эти результаты, можно описать план изучения групп, изоспектральных простой неабелевой группе L с несвязным графом простых чисел, которому следуют практически все авторы, работающие в этой области. Пусть L — конечная неабелева простая группа, отличная от $L_3(3)$, $U_3(3)$ и $C_2(3)$, граф простых чисел которой несвязен. Если группа G изоспектральна L, тогда существует неабелевая простая группа S, такая что $S \leq G/K \leq \operatorname{Aut} S$, где K — максимальная нормальная разрешимая подгруппа в G, причем $s(S) \geq s(L) \geq 2$. Значит, S одна из групп из упомянутых выше таблиц Вильямса и Кондратьева. Далее, перебирая возможные варианты для S, можно показать, что $S \simeq L$. В этом случае группа L называется *квазираспознаваемой по спектру*. Следующим шагом показывается, что $K = 1$. Заключительным этапом является изучение подгрупп группы $\operatorname{Aut} L$ на предмет равенства их спектра с спектром группы L. Пример реализации этого плана можно найти, например, в [2].

В 2000 г. Заварницин опубликовал работу, одним из основных результатов которой является доказательство распознаваемости по спектру группы Alt_{16} [11]. Эта группа стала первой распознаваемой по спектру со связным графом простых чисел. Заметим, что наименьшей простой неабелевой группой со связным графом простых чисел является группа Alt_{10}, при этом Мазуров доказал, что она нераспознаваема [14]. Структурное описание конечных групп, изоспектральных Alt_{10}, получено в диссертации. Общий инструмент для изучения проблемы распознавания неабелевых простых групп со связным графом простых чисел появился в 2005 г. в работе Васильева [3]. Основной идеей является замена свойства несвязности графа на более слабое условие. Множество вершин графа называется *независимым*, если любые две вершины этого множества не соединены ребром. Для конечной группы G через $t(G)$ обозначается размер наибольшего независимого множества вершин в $GK(G)$. Кроме того, как следует из последней упомянутой выше работы, важную роль играют независимые множества графа простых чисел, которые содержат вершину, соответствующую простому числу 2. Размер наибольшего независимого множества, содержащего вершину 2, обозначается через $t(2,G)$. Основной результат работы [3] дает структурное описание конечных групп G с $t(2,G) \geq 2$ и $t(G) \geq 3$, в частности доказано, что такая группа G имеет единственный неабелев композиционный фактор S, причем либо этот фактор указан явно, либо $t(2,S) \geqslant t(2,G)$. В 2009 г. в совместной работе Васильева и И.Б. Горшкова [5] была доказана теорема, усилившая этот результат для групп G с теми же условиями $t(G) \geq 3$, $t(2,G) \geq 2$ и одним дополнительным: группа G должна быть изоспектральна некоторой простой неабелевой группе. Их теорема утверждает, что в этом случае G имеет ровно один неабелев композиционный фактор S, причем $t(2,S) \geq t(2,G)$. Как видно, эта теорема является аналогом теоремы Грюнберга-Кегеля, поэтому может быть использована в описанном выше алгоритме изучения проблемы распознавания групп. При этом возможные варианты для S вполне могут не содержаться в таблицах Вильямса–Кондратьева. Необходимые таблицы, содержащие значения $t(G)$ и $t(2,G)$ для графов простых чисел всех конечных неабелевых простых групп G, можно найти в работе Васильева и Е.П. Вдовина [4]. В частности, из этих таблиц следует, что под условие теоремы Васильева–Горшкова [5] попадают все неабелевы простые группы, за исключением групп $L_3(3)$, $U_3(3)$, $C_2(3)$ и знакопеременных групп.

Текущие результаты о распознаваемости простых конечных групп показывают, что группы с небольшими параметрами требуют отдельного внимания. Под параметрами здесь понимается ранг и/или порядок поля для групп лиева типа, а также степень для знакопеременных групп. Заметим, что на начальном этапе исследований проблемы распознаваемости рассматривались в основном отдельные простые группы, у которых параметры принимают небольшие значения. Развитие методов решения проблемы привело к появлению серии мощных результатов о распознавании серий простых групп, параметры которых неограниченно возрастают. При этом выяснилось, что разработанные методы мало применимы для групп с небольшими параметрами, поэтому такие группы приходится рассматривать отдельно. Примером может служить история решения проблемы распознаваемости простых линейных групп $L_n(2^k)$. В конце 80-х годов Ши доказал распознаваемость по спектру групп $L_2(2^k)$. В 2000 г. в работе Мазурова, М. Су и Ч. Чао [16] было получено решение проблемы распознавания при $n = 3$. В 2005 г. году Васильев и Гречкосеева доказали распознаваемость этих групп в случае, когда $n = 2^m \geqslant 32$ [6] . В 2008 г. году Гречкосеева решила проблему распознавания таких групп для всех $n \geqslant 27$ [10]. Оставшийся промежуток был заполнен в работах Мазурова, Г. Чена ($n = 4$) [17] и Васильева, Гречкосеевой при $5 \leq n \leq 26$ [7].

Таким образом, для полного решения проблемы распознаваемости простых групп по спектру существенное значение имеют исследования этого вопроса для групп с небольшими параметрами. В диссертации рассматривается проблема распознаваемости простых ортогональных и симплектических групп $B_3(q)$, $C_3(q)$ и $D_4(q)$, в частности доказывается, что эти группы распознаваемы в случае четного $q > 2$. Кроме того, описаны все конечные простые группы, для которых изоспектральные им группы среди своих композиционных факторов могут содержать спорадические группы. Оказывается, что этим свойством обладают только спорадические группы и группа $U_5(2)$. Заметим, что этот результат позволяет на этапе доказательства квазираспознаваемости простой конечной группы L при переборе возможности для единственного неабелева композиционного фактора S группы, изоспектральной L, не рассматривать спорадические группы. Поскольку в теореме Васильева–Горшкова утверждается, что $t(S) \geq t(L) - 1$, то, используя упомянутые выше таблицы неплотности графов простых чисел неабелевых простых групп, можно убедиться, что этот результат также относится к простым группам с ограниченными параметрами. Таким образом, *центральной темой исследований диссертационной работы является изучение композиционного строения конечных групп, изоспектральных простым неабелевым группам, параметры которых принимают небольшие значения.*

Основные результаты диссертации.

1. Описано композиционное строение конечных групп, изоспектральных знакопеременной группе Alt_{10}. В частности, доказана неразрешимость таких групп.
2. Описаны конечные простые группы, изоспектральные конечным группам, композиционный ряд которых содержит спорадическую группу.
3. Доказана распознаваемость простых групп $C_3(q)$, $D_4(q)$ при четном $q > 2$.

Новизна и научная значимость работы. Все основные результаты диссертации являются новыми. Результаты работы могут быть использованы при дальнейшем решении вопроса распознавания групп по спектру. Также результаты могут быть включены в спецкурсы для студентов и аспирантов, специализирующихся в области алгебры.

Методы исследования. В работе используются теория конечных простых групп, методы линейной алгербы и теории представлений, в частности, таблицы брауэровых характеров некоторых простых групп, полученные в среде GAP [22].

Апробация работы. Результаты диссертации были представлены на международной алгебраической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша, Москва, 2008; молодежной школе-конференции «Лобачевские чтения», Казань, 2009; международной алгебраической конференции, посвященной 70-летию А. В. Яковлева, Санкт-Петербург, 2010; международной конференции «Алгебра и математическая логика», посвященной памяти В. В. Морозова, Казань, 2011. Результаты работы докладывались на семинарах «Теория групп» Института математики СО РАН и «Алгебра и логика» Новосибирского государственного университета и на Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технические прогресс».

Публикации. Результаты автора по теме диссертации опубликованы в работах [32–46], при этом работы [34], [35], [37] опубликованы в изданиях, которые входят в перечень ВАК российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук. Результат [35, теорема 2] получен в совместной работе с А. В. Васильевым и М. А. Гречкосеевой.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав и списка литературы. Она изложена на 63 страницах, библиография содержит 72 наименования.

Перейдем к более подробному изложению работы.

Содержание диссертации

Общая структура диссертации. Диссертация разбита на главы, которые в свою очередь подразделяются на параграфы. Точные формулировки всех теорем приведены во введении. Вспомогательные утверждения — леммы — имеют тройную нумерацию: первое число — номер главы, второе — номер параграфа в текущей главе, третье — номер утверждения в текущем параграфе. Известные утверждения, используемые в работе, формулируются в виде предложений и имеют двойную нумерацию, указывающую на номер главы и предложения в этой главе.

Глава 1. Эта глава посвящена основным определениям и предварительным результатам. Во-первых, формулируются основные определения, использующиеся на протяжении всей диссертации. Во-вторых, приводятся сведения о группах Фробениуса: строение этих групп, их действия на группы и модули. В-третьих, излагаются общие аспекты проблемы распознавания конечных групп по спектру.

Глава 2. В этой главе рассматриваются группы, изоспектральные знакопеременной группе степени 10. Известно, что эта группа является нераспознаваемой [14], однако вопрос о существовании разрешимой группы с тем же спектром, что и у Alt_{10}, был сформулирован в [15] как открытый. Первый результат этой главы отвечает на этот вопрос.

Теорема 2.1. *Конечная группа, изоспектральная Alt_{10}, неразрешима.*

Кроме того, получено полное структурное описание конечных групп, изоспектральных Alt_{10}.

Теорема 2.2. *Пусть G — конечная группа, изоспектральная Alt_{10} и не изоморфная Alt_{10}. Тогда G — полупрямое произведение абелевой $\{3,7\}$-группы A, содержащей элемент порядка 21, на централизатор C в G некоторой инволюции $t \in G$, инвертирующей A. При этом C — расширение $\langle t \rangle$ посредством Sym_5 и силовская 2-подгруппа из C — обобщенная группа кватернионов порядка 16.*

Теоремы 2.1 и 2.2 получены автором лично, опубликованы в [32, 34].

Глава 3. Эта глава посвящена изучению конечных неабелевых простых групп, для которых существует изоспектральная группа, среди композиционных факторов которой есть спорадическая группа. Доказано, что среди простых линейных и унитарных групп таковой является только группа $U_5(2)$.

Теорема 3.1. *Пусть $L = L_n(q)$ или $L = U_n(q)$, где $n \geq 4$ и $L \not\cong U_5(2)$. Тогда среди неабелевых композиционных факторов конечных групп, изоспектральных L, нет спорадических групп и группы Титса ${}^2F_4(2)'$.*

Отметим, что для $U_5(2)$ в [14] был построен пример изоспектральной ей группы с единственным неабелевым композиционным фактором, который изоморфен спорадической группе Матье M_{11}. Второй результат завершает исследование неабелевых простых групп, для которых существует изоспектральная группа, среди неабелевых композиционных факторов которой есть спорадическая группа.

Теорема 3.2. *Пусть L — одна из простых групп J_2, $L_2(q)$, $L_3(q)$, $U_3(q)$, $C_2(q)$, $G_2(q)$, $E_7(q)$, и пусть G — конечная группа, изоспектральная L. Если G содержит композиционный фактор S, изоморфный спорадической группе, тогда $L \simeq S$.*

Эти две теоремы совместно с другими результатами о распознавании конечных неабелевых простых групп позволяют сформулировать следующее

Следствие. *Если конечная группа, изоспектральная конечной простой группе L, содержит спорадическую группу S среди своих композиционных факторов, и L неизоморфна Alt_n для $n \geq 22$, тогда либо $L \simeq U_5(2)$ и $S \simeq M_{11}$, либо $L \simeq S$.*

Теорема 3.1 получена автором лично и опубликована в совместной работе с Васильевым и Гречкосеевой [35, теорема 2]. Теорема 3.2 получена автором лично, опубликована в [36].

Глава 4. В данной главе рассматриваются простые ортогональные и симплектические группы малой размерности, а именно, $B_3(q)$, $C_3(q)$ и $D_4(q)$. При исследовании использовались результаты работы [8], где получены ограничения на композиционное строение групп, изоспектральных простым ортогональным и симплектическим группам. Результаты этой главы различаются для групп в четной и нечетной характеристике основного поля.

Теорема 4.1. *Пусть L — одна из простых групп $B_3(q)$, $C_3(q)$ или $D_4(q)$, где q — степень простого числа p, $q \geq 5$. Если S — композиционный фактор конечной группы, изоспектральной L, изоморфный группе* *лиева типа над полем характеристики p, то $S \in \{B_3(q), C_3(q), D_4(q)\}$.*

В случае четного q для этих групп проблему распознавания удалось решить полностью. Отметим, что группы $B_3(q)$ и $C_3(q)$ изоморфны при четном q.

Теорема 4.2. *Группы $C_3(q)$ и $D_4(q)$ распознаваемы по спектру при четном $q > 2$. При $q = 2$ группы $C_3(2)$ и $D_4(2)$ изоспектральны, причем $h(C_3(2)) = 2$.*

Теоремы 4.1 и 4.2 получены автором лично, опубликованы в [37].

Автор выражает благодарность своим научным руководителям профессору Андрею Викторовичу Васильеву и члену-корреспонденту РАН Виктору Даниловичу Мазурову за неоценимую помощь и поддержку в процессе работы над диссертацией. Автор признателен всем сотрудникам лаборатории теории групп ИМ СО РАН и кафедры алгебры и математической логики НГУ за творческую атмосферу и полученные знания в процессе обучения в аспирантуре.

Литература

[1] *Алеева М.Р.*, О конечных простых группах с множеством порядков элементов как у группы Фробениуса или двойной группы Фробениуса, Матем. заметки. Т. 73, № 3 (2003), 323–339.

[2] *Васильев А.В.*, Распознаваемость групп $G_2(3^n)$ по порядкам их элементов, Алгебра и логика, Т. 41, № 2 (2002), 130–142.

[3] *Васильев А.В.*, О связи между строением конечной группы и свойствами ее графа простых чисел, Сиб. матем. журн., Т. 46, № 3 (2005), 511–522.

[4] *Васильев А.В., Вдовин Е.П.*, Критерий смежности в графе простых чисел конечной простой группы, Алгебра и логика, Т. 44, № 6 (2005), 682–725.

[5] *Васильев А.В., Гориков И.Б.*, О распознавании конечных простых групп со связным графом простых чисел, Сиб. матем. журн., Т. 50, № 2 (2009), 292–299.

[6] *Васильев А.В., Гречкосеева М.А.*, О распознавании по спектру конечных простых линейных групп над полями характеристики 2, Сиб. матем. журн., Т. 46, № 4 (2005), 749–758.

[7] *Васильев А.В., Гречкосеева М.А.*, Распознавание по спектру конечных простых линейных групп малых размерностей над полями характеристики 2, Алгебра и логика, Т. 47, № 5 (2008), 558–570.

[8] *Васильев А.В., Гречкосеева М.А., Мазуров В.Д.*, О конечных группах, изоспектральных простым симплектическим и ортогональным группам, Сиб. матем. журн., Т. 50, № 6 (2009), 1225–1247.

[9] *Васильев А.В., Гречкосеева М.А., Мазуров В.Д.*, Характеризация конечных простых групп спектром и порядком, Алгебра и логика, Т. 48, № 6 (2009), 685–728.

[10] *Гречкосеева М.А.*, Распознавание по спектру конечных простых линейных групп над полями характеристики 2, Алгебра и логика, Т. 47, № 24 (2008), 405–427.

[11] *Заварницин А.В.*, Распознавание по множеству порядков элементов знакопеременных групп степени $r+1$ и $r+2$ для простого r и группы степени 16, Алгебра и логика, Т.39, № 6 (2000), 648–661.

[12] *Заварницин А.В.*, Разрешимая группа, изоспектральная группе $S_4(3)$, Сиб. матем. журн., Т. 51, № 1 (2010), 26–31.

[13] *Кондратьев А.С.*, О компонентах графа простых чисел для конечных простых групп, Мат. сборник, Т. 180, № 6 (1989), 787–797.

[14] *Мазуров В.Д.*, Распознавание конечных групп по множеству порядков их элементов, Алгебра и логика, Т. 37, № 6 (1998), 651–666.

[15] *Мазуров В.Д.*, Группы с заданным спектром, Известия Уральского государственного университета, Математика и механика, Т. 36, № 7 (2005), 119–138.

[16] *Мазуров В.Д., Су М.Ч., Чао Ч.П.*, Распознавание конечных простых групп $L_3(2^m)$ и $U_3(2^m)$ по порядкам их элементов, Алгебра и логика, Т. 39, № 5 (2000), 567—585.

[17] *Мазуров В.Д., Чен Г.Ю.*, Распознаваемость по спектру конечных простых групп $L_4(2^m)$ и $U_4(2^m)$, Алгебра и логика, Т. 47, № 1 (2008), 83–93.

[18] *Brandl R.*, Finite groups all of whose elements are of prime power order, Boll. Un. Mat, Ital. A. Ser. V, V. 18, No. 3 (1981), 491–493.

[19] *Brandl R., Shi W.J.*, Finite groups whose elements orders are consecutive integers, J.Algebra., V. 143, No. 2 (1991), 388–400.

[20] *Brandl R., Shi W.J.*, The characterization of $PSL(2, q)$ by its element orders, J.Algebra., V. 163, No. 1 (1994), 109–114.

[21] *Conway J.H., Curtis R.T., Norton S.P., Parker R.A., Wilson R.A.* Atlas of finite groups, Oxford: Clarendon Press, 1985.

[22] The GAP Group, GAP — Groups, Algorithms, and Programming, Version 4.4, 2004; (http://www.gap-system.org).

[23] *Grechkoseeva M. A., Shi W. J., Vasil′ev A. V.*, Recognition by spectrum of finite simple roups of Lie type, Front. Math. China, V. 3, No. 2. (2008), 275–285.

[24] *Higman G.* Finite groups in which every element has prime power order, J. London Math. Soc., V. 32 (1957), 335–342.

[25] *Lucido M.S., Moghaddamfar A.R.*, Groups with complete prime graph connected components, J. Group Theory, V. 7, No. 3 (2004), 373–384.

[26] *Mazurov V. D.*, Characterizations of groups by arithmetic properties, Algebra Colloquium, V. 11, N. 1. (2004), 129–140.

[27] *Shi W.*, A characteristic property of A_5, J. Southwest-Chine Teachers Univ., V. 3 (1986), 11–14 (in Chinese).

[28] *Shi W.*, A characteristic property of $PSL_2(7)$, J. Austral. Math. Soc. (Ser. A), V. 36, No. 3 (1984), 354–356.

[29] *Shi W.*, The characterization of the sporadic simple groups by their element orders, Algebra Colloq., V. 1, No. 2 (1994), 159–166.

[30] *Suzuki M.*, On a class of doubly transitive groups, Ann. Math., V. 75 (1962), 105–145.

[31] *Williams J.S.*, Prime graph components of finite groups, J. Algebra, V. 69, No. 2 (1981), 487–513.

Работы автора по теме диссертации

[32] *Старолетов А.М.*, Неразрешимость конечных групп, изоспектральных знакопеременной группе степени 10, Сиб. электрон. матем. изв., Т. 5 (2008), 20–24; (http://semr.math.nsc.ru).

[33] *Васильев А.В., Горшков И.Б., Гречкосеева М.А., Кондратьев А.С., Старолетов А.М.*, О распознаваемости по спектру конечных простых групп типов B_n, C_n, ${}^2D_n$ и при $n = 2^k$, Тр. ИММ УрО РАН, Т. 15, № 2 (2009), 58–73.

[34] *Старолетов А.М.*, Группы, изоспектральные знакопеременной группе степени 10, Сиб. матем. журн., Т. 51, №. 3 (2010), 638–648.

[35] *Васильев А.В., Гречкосеева М.А., Старолетов А.М.*, О конечных группах, изоспектральных простым линейным и унитарным группам, Сиб. матем. журн., Т. 52, №. 1 (2011), 39–53.

[36] *Staroletov A.M.*, Sporadic composition factors of finite groups isospectral to simple groups, Сиб. электрон. матем. изв., Т. 8 (2011), 268–272; (http://semr.math.nsc.ru).

[37] *Старолетов А.М.*, О распознаваемости по спектру простых групп $B_3(q)$, $C_3(q)$ и $D_4(q)$, Сиб. матем. журн., Т. 53, № 3 (2012), 663—671.

[38] *Старолетов А.М.*, О группах, изоспектральных знакопеременной группе степени 10, Тезисы докладов Международной алгебраиче-

ской конференции, посвященной 100-летию со дня рождения А.Г. Куроша, Москва, 2008, 218.

[39] *Старолетов А.М.*, О группах, изоспектральных знакопеременной групп степени 10, Материалы XLVI Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технические прогресс», Новосибирск, 2008, 16.

[40] *Старолетов А.М.*, Квазираспознаваемость некоторых конечных простых групп, Материалы XLVII Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технические прогресс», посвященной 50-летию НГУ, Новосибирск, 2009, 81–82.

[41] *Старолетов А.М.*, К вопросу распознавания линейных и унитарных групп по спектру, Материалы Восьмой молодежной научной школы-конференции «Лобачевские чтения-2009», Казань, 2009, 351–353.

[42] *Старолетов А.М.*, Композиционные факторы групп, изоспектральных простым симплектическим и ортогональным группам, Тезисы докладов Международной алгебраической конференции, посвященной 70-летию А.В. Яковлева, Санкт-Петербург, 2010, 65.

[43] *Grechkoseeva M.A., Staroletov A.M., Vasili′ev A.V.*, On finite groups isospectral to finite simple group, Тезисы докладов Международной алгебраической конференции, посвященной 70-летию А.В. Яковлева, Санкт-Петербург, 2010, 109–110.

[44] *Старолетов А.М.*, О группах, изоспектральных $\Omega_7(q)$, $PSp_6(q)$ и $P\Omega_6^8(q)$, Материалы XLIX Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технические прогресс», Новосибирск, 2011, 22.

[45] *Васильев А.В., Старолетов А.М.*, О группах, изоспектральных простым исключительным группам лиева типа, Материалы международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора В.В. Морозова, Казань, 2011, 47–49.

[46] *Старолетов А.М.*, О распознавании групп по графу простых чисел, Тезисы Межународной (43-й Всероссийской) молодежной школы-конференции «Современные проблемы математики», Екатеринбург, 2012, 90–91.

Старолетов Алексей Михайлович

Распознавание по спектру некоторых классов конечных простых групп

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 3.10.12	Формат 60 x 84 1/16
Печать офсетная	Усл. печ. л. 1.0
Заказ №88	Тираж 100 экз.

Отпечатано в ООО «Омега Принт»
630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 6