На правах рукописи

Козловская Татьяна Анатольевна

РАЗВЕТВЛЕННЫЕ ЦИКЛИЧЕСКИЕ НАКРЫТИЯ ЛИНЗОВЫХ ПРОСТРАНСТВ

01.01.04 — геометрия и топология

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск — 2011

Работа выполнена в Новосибирском Государственном Университете.

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., чл.-корр. РАН Веснин Андрей Юрьевич

Официальные оппоненты:
д. ф.-м. н., профессор Чуешев Виктор Васильевич
к. ф.-м. н., доцент Фоминых Евгений Анатольевич

Ведущая организация:
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, механико-математический факультет

Защита состоится 31 августа 2011 года в 15:00 на заседании диссертационного совета Д 003.015.03 при Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН.

Автореферат разослан "____ "__________ 2011 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Гутман А. Е.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы.

В данной диссертационной работе исследуется класс замкнутых ориентируемых трехмерных многообразий, которые являются разветвленными циклическими накрытиями линзовых пространств. Как известно, по теореме Александера [3], каждое замкнутое ориентируемое трехмерное многообразие разветвленно накрывает трехмерную сферу S^3. Более того, Хилден [13] и Монтезинос [19], показали, что для каждого многообразия такое накрытие может быть выбрано трехлистным, но при этом, оно не обязательно будет регулярным.

Среди регулярных накрытий особое место занимают циклические накрытия, соответствующие действию циклической группы. Многообразия, представимые как циклические накрытия S^3, разветвленные над узлами или зацеплениями, являются объектами интенсивных исследований. В частности, актуальной является проблема определения для многообразия является ли оно разветвленным циклическим накрытием S^3 и описания соответствующего множества ветвления.

Наиболее изученным является случай, когда множеством ветвления является двухмостовый узел или двухмостовое зацепление. Примеры такого рода хорошо известны: додекаэдральное гиперболическое пространство Вебера — Зейферта [24], которое является 5–листным строго циклическим накрытием S^3, разветвленным над 2–компонентным зацеплением Уайтхеда; многообразия Фибоначчи [12], являющиеся циклическими накрытиями S^3, разветвленными над узлом «восьмерка»; дробные многообразия Фибоначчи [1], являющиеся циклическими накрытиями S^3, разветвленными над двухмостовыми $(2k+\frac{1}{2k})$ – узлами. Различные описания (в терминах фундаментальных многогранников, хирургий Дэна, разбиений Хегора, кристаллизаций, двулистных разветвленных накрытий сферы) трехмерных многообразий, являющихся циклическими накрытиями S^3, разветвленными над двухмостовыми узлами и зацеплениями, приведены в [21].

Интерес к получению различных описаний трехмерных многообразий с циклической симметрией был связан, в частности, с вопросом Данвуди из работы [9], где он построил семейство многообразий, диаграммы Хегора которых имеют циклическую симметрию. Это семейство замкнутых ориентируемых трехмерных многообразий принято называть многообразиями Данвуди. Данвуди нашел представления их фундаментальных групп как групп с циклическим представлением в смысле [14]. Оказалось, что полиномы, ассоциированные с циклическими представлениями, совпадают с полиномами Александера некоторых узлов в S^3. Вопрос Данвуди состоял в следующем: являются ли рассматриваемые многообразия циклическими накрытиями S^3, разветвленными над узлами с указанными полиномами Александера? Положительные ответы на вопрос Данвуди, для многих частных случаев, были получены в работах [1, 2, 5, 15, 16]. В общем случае результат оказался следующим [11, 20]: многообразия Данвуди являются в точности разветвленными циклическими накрытиями $(1,1)$–узлов, т.е. узлов, допускающих 1–мостовое представление рода 1.

Другими словами, многообразия Данвуди – это циклические накрытия многообразий, допускающих разбиение Хегора рода один, разветвленные над 1–мостовыми узлами, лежащими в этих многообразиях. Напомним, что многообразия, допускающие разбиение Хегора рода один – это линзовые пространства $L(p,q)$, включая $S^2 \times S^1 = L(0,1)$ и $S^3 = L(1,0)$. Класс $(1,1)$–узлов содержит двухмостовые узлы и торические узлы в трехмерной сфере.

Существование и единственность циклических разветвленных накрытий $(1,1)$–узлов исследованы в [8]; там же приведен алгоритм вычисления фундаментальной группы накрытия. Основанный на этом алгоритме подход к построению полинома Александера для $(1,1)$–узлов реализован в [17]. Оценки сложности многообразий Данвуди получены в [4].

Нас будут интересовать трехмерные многообразия которые лежат в классе циклических накрытий $(1, b)$–зацеплений, $b \geqslant 2$.

Напомним определение (g, b)–узлов и зацеплений [11]. Узел или зацепление L в трехмерном многообразии M^3 называют (g, b)–*узлом* или (g, b)–*зацеплением*, если существует разбиение Хегора рода g вида:

$$(M^3, L) \cong (H_g, A_b) \underset{\varphi}{\cup} (H'_g, A'_b),$$

где H_g и H'_g – полные крендели рода g, $M^3 = H_g \cup_\varphi H'_g$, $S_g = H_g \cap H'_g$ – поверхность рода g, $A_b = \{a_1, \ldots, a_b\} \subset H_g$ и $A'_b = \{a'_1, \ldots, a'_b\} \subset H'_g$ – множества собственно вложенных тривиальных дуг, а $\varphi : (\partial H'_g, \partial A'_b) \to (\partial H_g, \partial A_b)$ – гомеоморфизм (см. рис. 1).

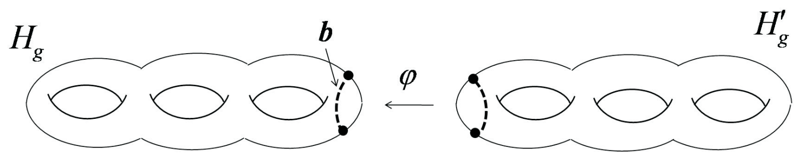

Рис. 1: (g, b)–узлы и зацепления.

Напомним, что множество собственно вложенных дуг $A_b = \{a_1, \ldots, a_b\}$ *тривиально* вложено в H_g, если существует множество попарно непересекающихся дисков $\{D_1, \ldots, D_b\}$ в H_g таких, что $a_i \cap D_i = a_i \cap \partial D_i = a_i$ и $\partial D_i - a_i \subset \partial H_g$.

Отметим, что $(0, 1)$–узлы являются тривиальными узлами в трехмерной сфере, а $(0, 2)$–узлы и $(0, 2)$–зацепления являются двухмостовыми узлами и зацеплениями в трехмерной сфере.

Как видно из приведенных выше результатов, разветвленные циклические накрытия двухмостовых узлов и зацеплений, а также, $(1, 1)$–узлов (см. рис. 2) изучены достаточно подробно. Намного сложнее обстоит дело с разветвленными циклическими накрытиями $(1, 2)$–зацеплений (см. рис. 3). Циклические накрытия линзовых пространств, разветвленные над зацеплениями с двумя и более компонентами, изучены недостаточно: известны лишь

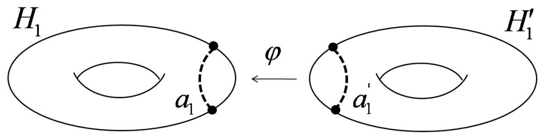

Рис. 2: $(1,1)$–узлы.

отдельные примеры двулистных накрытий. Например, в [18] развит метод построения 2–листных разветвленных накрытий пространств $L(p,q)$, при которых фундаментальные группы возникающих многообразий являются подгруппами конечного индекса в группах Коксетера.

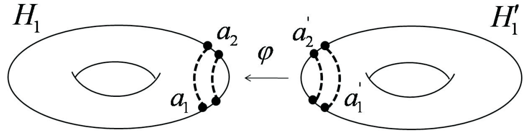

Рис. 3: $(1,2)$ – узлы и зацепления.

В диссертации исследуется класс замкнутых ориентируемых трехмерных многообразий, являющихся n-листными циклическими накрытиями линзовых пространств. При этом, накрытия разветвлены над двухкомпонентными зацеплениями.

Известно, что любое замкнутое трехмерное многообразие может быть представлено как результат попарного отождествления граней многогранника. Приведем три наиболее известных примера такого рода: гомологическая сфера Пуанкаре как результат отождествления граней сферического $2\pi/3$–додекаэдра; гиперболическое пространство Вебера — Зейферта как результат отождествления граней гиперболического $2\pi/5$–додекаэдра; линзовое пространство, склеиваемое из бипирамиды.

Многогранник P будем называть *фундаментальным* для трехмерного многообразия M, если M может быть получено как результат попарного отождествления граней P. В работе будет использоваться метод описания многообразий через их фундаментальные многогранники. Определяя попарные отождествления граней многогранников, мы построим бесконечное семейство замкнутых ориентируемых трехмерных многообразий $M_n(p,q)$, где $n \geqslant 1$, $p \geqslant 3$, $0 < q < p$ и $(p,q) = 1$. Будет доказано, что многообразие $M_n(p,q)$ является n-листным циклическим накрытием линзового пространства $L(p,q)$, разветвленным над двухкомпонентным зацеплением.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю чл.-корр. РАН, д.ф.-м.н. А. Ю. Веснину за постановку задач и неоценимую поддержку в работе.

Цели работы.

1. Создание и реализация универсального метода построения фундаментальных многогранников для многообразий, которые разветвленно циклически накрывают линзовые пространства.

2. Изучение свойств построенных многообразий.

Основные результаты.

1. Разработан универсальный метод построения фундаментальных многогранников для трехмерных многообразий, n-листно разветвленно циклически накрывающих линзовые пространства $L(p,q)$; метод реализован для всех возможных значений параметров n, p и q.

2. Установлено, что результаты Кавиккиоли, Спаджари и Теллони [7] о свойствах многообразий $M_{25}(n) = \overline{M_n}(3,1)$ для четного n неверны. Ошибки авторов исправлены и дано полное описание свойств многообразий в этом случае.

3. Для построенных в диссертации бесконечных семейств многообразий, в случае малых значений параметра n найдены гиперболические объемы и группы гомологий.

Методы исследований.

В качестве подхода для решения поставленных задач использованы методы трехмерной топологии, теории групп, неевклидовой геометрии.

Научная новизна.

Все основные результаты, полученные в диссертации, являются новыми и снабжены строгими доказательствами.

Теоретическая и практическая ценность.

Результаты работы имеют теоретическое значение. Методы и результаты работы могут быть применены в топологии малых размерностей.

Апробация работы.

Результаты диссертации докладывались:
– на семинаре отдела анализа и геометрии Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН под руководством академика Ю. Г. Решетняка,
– на семинаре «Дифференциальная геометрия и приложения» в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова под руководством академика А. Т. Фоменко, в рамках Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2011» (Москва) апрель 2011 г.,
– на семинаре «Геометрия, топология и их приложения» Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН под руководством чл.-корр. РАН И. А. Тайманова,
–на семинаре «Инварианты трехмерных многообразий» Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН под руководством чл.-корр. РАН А. Ю. Веснина,
– на семинаре «Теория карт на римановых поверхностях» Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН под руководством д.ф.-м.н. А. Д. Медных,
–на российской конференции «Топоноговские чтения», Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, (Новосибирск) март 2010 г.
–на XLVIII и XLIX Международных научных студенческих конференциях «Студент и научно-технический прогресс» (Новоси-

бирск) 2010 и 2011 гг,
–на 41-й Всероссийской Молодежной школе-конференции «Проблемы теоретической и прикладной математики» (Екатеринбург) февраль 2009 г.,
–на Международной школе-конференции «Геометрия и анализ на многообразиях» Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН, (Новосибирск) июнь 2010 г.,
–на Школе-конференции по геометрии и анализу, Телецкое озеро (Горный Алтай) 2009 г.,
–на Международной школе-конференции по геометрии и анализу (Кемерово) июнь 2011 г.

За результаты, вошедшие в диссертационную работу, автору были присуждены стипендия имени Л. В. Сабинина (2009–2010 гг.) и грамота за лучший доклад на XVIII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых «Ломоносов» (МГУ им. Ломоносова 2011 г.).

Публикации.

Основные результаты диссертации опубликованы в двух статьях, а также в тезисах докладов на конференциях. Список указанных работ приведен в конце автореферата [25]-[36].

Структура диссертации.

Диссертация изложена на 94 страницах и состоит из введения и трех глав, каждая из которых разбита на пункты. Диссертация содержит 34 рисунка и 6 таблиц. Список литературы насчитывает 61 наименование.

Содержание работы.

Первая глава диссертации посвящена построению многообразий из правильных многогранников. Приводится полный список Эверита [10] замкнутых ориентируемых трехмерных сферических, евклидовых и гиперболических многообразий, фундаментальные многогранники которых являются правильными многогранниками в соответствующих геометриях. В качестве примера рассматривается гиперболическое додекаэдральное пространство

Вебера — Зейферта, построенное в 1933 г. Далее строятся два гиперболических икосаэдральных многообразия M_{24} и M_{25} из [10] и изучаются свойства этих многообразий.

Глава имеет следующую структуру.

Параграф 1.1 носит вводный характер, он содержит основные определения и понятия, используемые в дальнейшем.

В параграфе 1.2 излагаются основные результаты о построении многообразий из правильных многогранников и подробно рассматривается гиперболическое додекаэдральное пространство Вебера — Зейферта.

В параграфе 1.3 строятся два трехмерных икосаэдральных гиперболических многообразия M_{24} и M_{25} из [10]. Топологические свойства многообразия M_{24} изучались Кавиккиоли, Спаджари и Теллони: в работе [6] была сформулирована, а в работе [7] — доказана следующая теорема.

Теорема 1.4. *Многообразие* $M_{24} = M_3(3,1)$ *является трехлистным циклическим накрытием линзового пространства* $L(3,1)$*, разветвленным над двухкомпонентным зацеплением.*

Мы приводим новое доказательство этой теоремы, полученное при помощи последовательности движений Зингера (см. [22, 23]), приводящей к канонической диаграмме Хегора линзового пространства. Это доказательство допускает обобщение и позволяет установить топологические свойства более широкого класса многообразий, что и будет проделано в следующих главах.

Аналогичным топологическим свойством обладает многообразие M_{25}.

Теорема 1.7. *Многообразие* $M_{25} = \overline{M_3}(3,1)$ *является трехлистным циклическим накрытием линзового пространства* $L(3,1)$*, разветвленным над двухкомпонентным зацеплением.*

Во **второй главе** строятся два бесконечных семейства замкнутых ориентируемых трехмерных многообразий: $M_n(3,1)$ и $\overline{M_n}(3,1)$. Они определены через фундаментальные многогранники, обобщающие конструкции многообразий M_{24} и M_{25}, соответственно.

Устанавливаются топологические свойства построенных многообразий.

Параграф 2.1 посвящен семейству многообразий $M_n(3,1)$, $n \geqslant 3$, где $M_3(3,1) = M_{24}$. Изучены свойства многообразий из этого семейства и доказана следующая теорема, обобщающая теорему 1.4.

Теорема 2.3. *Многообразие $M_n(3,1)$, $n \geqslant 3$ является n–листным циклическим накрытием линзового пространства $L(3,1)$, разветвленным над 2–компонентным зацеплением.*

Аналогичная теорема для многообразий $\overline{M_n}(3,1)$, $n \geqslant 3$, где $\overline{M_3}(3,1) = M_{25}$, доказана в параграфе 2.3.

Теорема 2.8. *(1) Для любого нечетного $n \geqslant 3$ многообразие $\overline{M}_n(3,1)$ является n–листным циклическим накрытием линзового пространства $L(3,1)$, разветвленным над 2–компонентным зацеплением.*

(2) Для любого четного $n \geqslant 4$ многообразие $\overline{M}_n(3,1)$ является $n/2$–листным строго циклическим накрытием линзового пространства $L(3,1)$, разветвленным над 3–компонентным зацеплением.

В параграфах 2.2 и 2.4 даны явные описания многообразий рассматриваемых семейств при $n = 2$.

Теорема 2.4. *Многообразие $M_2(3,1)$ является многообразием Зейферта с параметрами $(S^2; (3,1), (3,2), (3,2), (1,-1))$.*

Теорема 2.7. *Многообразие $\overline{M_2}(3,1)$ является линзовым пространством $L(3,1)$.*

В заключении главы найдены геометрические и топологические инварианты для многообразий $M_n(3,1)$ и $\overline{M_n}(3,1)$ при малых значениях $n = 3, 4, 5, 6$.

В **главе 3** диссертации реализуется новый метод построения трехмерных многообразий, с заданными накрывающими свойствами, через их фундаментальные многогранники. Этот метод можно было бы назвать «методом вспомогательных вершин». С его помощью строится двупараметрическое семейство замкнутых ориентируемых трехмерных многообразий $M_n(p,q)$, где $n \geqslant 1$, $p \geqslant 3$,

$0 < q < p$, $(p,q)=1$, которые являются разветвленными циклическими накрытиями линзовых пространств.

В параграфе 3.1 конструкция многообразий $M_n(3,1)$ обобщается до конструкции многообразий $M_n(p,1)$ ($n \geqslant 1$ и $p \geqslant 3$), добавлением «вспомогательных» вершин. При этом, имеет место обобщение соответствующих топологических свойств.

Трехмерные многообразия $M_n(p,q)$, обобщающие многообразия $M_n(p,1)$, строятся в параграфе 3.2. Следующая теорема показывает, что топологические свойства многообразий $M_n(p,q)$ естественным образом обобщают топологические свойства многообразия $M_3(3,1)$, которое, напомним, является гиперболическим икосаэдральным многообразием M_{24} из [10].

Теорема 3.5. *Многообразие* $M_n(p,q)$ *(*$n \geqslant 1$, $p \geqslant 3$, $0 < q < p$, $(p,q)=1$*) является* n*–листным циклическим накрытием линзового пространства* $L(p,q)$*, разветвленным над двухкомпонентным зацеплением.*

Отметим, что результат получен для всех линзовых пространств $L(p,q)$, и в этом смысле является максимально возможным.

В параграфе 3.3 подробно обсуждается типичный частный случай – многообразия $M_3(5,q)$, где $q = 1,2,3,4$. Для этих многообразий вычислены гиперболические объемы, фундаментальные группы и группы гомологий.

Список литературы

[1] *Веснин А.Ю., Ким А.Ч.* Дробные группы Фибоначчи и многообразия // Сиб. матем. журн. 1998. Т. 39, № 4. С. 765–775.

[2] *Грасселли Л., Мулаццани М.* Многообразия Зейферта и (1,1)-узлы // Сиб. матем. журн. 2009. Т. 50, № 1. С. 28–39.

[3] *Alexander J.W.* Note on Riemann spaces // Bull. Amer. Math. Soc. V. 26, 1920, P. 370–372.

[4] *Cattabriga A., Mulazzani M., Vesnin A.* Complexity, Heegaard diagrams and generalized Dunwoody manifolds // J. Korean Math. Soc. 2010. V. 47. № 3. P. 585–599.

[5] *Cavicchioli A., Ruini B., Spaggiari F.* On a conjecture of M. J. Dunwoody // Algebra Colloquium. 2001. V. 8. № 2. P. 169–218.

[6] *Cavicchioli A., Spaggiari F., Telloni A.* Topology of compact space forms from Platonic solids. I // Topology Appl. 2009. V. 156. P. 812–822.

[7] *Cavicchioli A., Spaggiari F., Telloni A.* Topology of compact space forms from Platonic solids. II // Topology Appl. 2010. V. 157. P. 921–931.

[8] *Cristofori P., Mulazzani M., Vesnin A.* Strongly-cyclic branched coverings of knots via (g,1)-decompositions // Acta Math. Hungarica. 2007. V. 116. № 1-2. P. 163–176.

[9] *Dunwoody M.J.* Cyclic presentations and 3-manifolds // In: Proc. Inter. Conf., Groups-Korea '94, Walter de Gruyter, Berlin-New York 1995, P. 47–55.

[10] *Everitt B.* 3-manifolds from compact space forms from Platonic solids // Topology Appl. 2004. V. 138. P. 253–263.

[11] *Grasselli L., Mulazzani M.* Genus one 1–bridge knots and Dunwoody manifolds // Forum Mathematicum 2001. V. 13. № 3. P. 379–397.

[12] *Helling H., Kim A., Mennicke J.* A geometric study of Fibonacci groups // J. Lie Theory. 1998. V. 8. № 4. P. 1–23.

[13] *Hilden H.* Every closed orientable 3–manifold is a 3–fold branched covering space of S^3 // Bull. Amer. Soc. 1974. V. 80. P. 1243–1244.

[14] *Johnson D.* Topics in the theory of group presentations // London Math. Soc. Lect. Note Ser., V. 42, Cambridge Univ. Press. 1980.

[15] *Kim G., Kim Y., Vesnin A.* The knot 5_2 and cyclically presented groups // J. Korean Math. Soc. 1998. V. 35. № 4 P. 961–980.

[16] *Kim A.C., Kim Y., Vesnin A.* On a class of cyclically presented groups // "Groups-Korea 1998", Proceedings of the International Conference held in Pusan, Korea, August 10-16, 1998, Berlin New-York, de Gruyter 2000. P. 211–220.

[17] *Koda Y.* Strongly-cyclic branched coverings and the Alexander polynomial of knots in rational homology spheres // Math. Proc. of the Cambridge Philos. Soc. 2007. V. 142. P. 259–268.

[18] *Mednykh A., Vesnin A.* Coxeter groups and branched coverings of lens spaces // J. Korean Math. Soc. 2001. V. 38. № 6. P. 1167-1178.

[19] *Montesinos M.* A representation of closed, orientable 3–manifolds as 3–fold branched coverings of S^3 // Bull. Amer. Math. Soc. 1974. V. 80 P. 845–846.

[20] *Mulazzani M.* Cyclic presentation of groups and cyclic branched covering of $(1,1)$–knots // Bull. Korean Math. Soc. 2003. V. 40. № 1. P. 101–108.

[21] *Mulazzani M., Vesnin A.* The many faces of cyclic branched coverings of 2-bridge knots and links // Atti Sem. Mat. Fis. Univ. Modena, Supplemento al Vol. IL 2001. P. 177–215.

[22] *Ozsvath, P., Szabo, Z.* Heegaard diagrams and holomorphic disks // International Mathematical Series 2004. V. 3. P. 301–348.

[23] *Singer J.* Three-dimensional manifolds and their Heegaard diagrams // Trans. Amer. Math. Soc. 1933. V. 35. № 1. P. 88-–111.

[24] *Weber C., Seifert H.* Die Beiden Dodekaederäume. Math. Z. 1933. V. 37. P. 237–253.

Работы автора по теме диссертации

[25] *Козловская Т.А.* Об обобщении многообразия Эверита // Матем. заметки ЯГУ. 2010. Т. 17, № 2. С. 69–74.

[26] *Веснин А.Ю., Козловская Т.А.* Разветвленные циклические накрытия линзовых пространств // Сиб. матем. журн. 2011. Т. 52, № 3. С. 542–554.

[27] *Козловская Т. А.* Трехмерные многообразия, разветвленно накрывающие линзовое пространство $L(3,1)$ // Материалы XLVIII Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс». Новосибирск: Изд-во НГУ, 2010. С. 72.

[28] *Козловская Т. А.* О циклических накрытиях линзовых пространств $L(p,1)$ // Материалы XLIX Международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс». Новосибирск: Изд-во НГУ, 2011. 1 с.

[29] *Козловкая Т. А.* Разветвленные циклические накрытия линзовых пространств // Материалы 41-й Всероссийской Молодежной школы-конференции «Проблемы теоретической и прикладной математики». Екатеринбург, 2009. 4 с.

[30] *Козловкая Т. А.* Трехмерные многообразия, разветвленно накрывающие линзовые пространства $L(p,1)$ // Материалы школы-конференции по геометрии и анализу. Горный Алтай, 2009. С. 20.

[31] *Козловкая Т. А.* Разветвленные циклические накрытия линзовых пространств // Материалы российской конференции Топоноговские чтения. Новосибирск, 2010. 4 с.

[32] *Козловкая Т. А.* Branched cyclic coverings of the lens space // Материалы Международной школы-конференции «Геометрия и анализ на многообразиях» Институт математики им. С. Л. Соболева СО РАН. Новосибирск, 2010. С. 20.

[33] *Козловская Т. А.* О циклических накрытиях линзовых пространств // Материалы Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2010». Москва, 2010. С. 13.

[34] *Козловская Т. А.* Трехмерные многообразия разветвленно накрывающие линзовые пространства $L(p, q)$ // Материалы Международной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2011». Москва, 2011. 1 с.

[35] *Козловская Т. А.* Обобщение многообразия Эверита // Тезисы Международная школы-конференции по геометрии и анализу. Кемерово, 2011, 4 с.

[36] *Козловская Т. А.* Трехмерные многообразия, разветвленно накрывающие линзовое пространство $L(p, 1)$ // Тезисы Международной конференции «Метрическая геометрия поверхностей и многогранников», посвященной 100-летию Н.В. Ефимова. Москва, 2010. С. 33.

В работе [26] вклад авторов равноценный.

Козловская Татьяна Анатольевна

Разветвленные циклические
накрытия линзовых пространств

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать .07.2011 г.
Формат 60×84 1/16.
Заказ №.
Офсетная печать. Объем 0,75 п.л.
Тираж 100 экз.
Редакционно-издательский центр НГУ.
630090, г. Новосибирск, ул. Пирогова,2.