На правах рукописи

Котов Матвей Владимирович

ТОПОЛОГИЯ ЗАРИССКОГО НА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Омск–2013

Работа выполнена в Омском филиале Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор **Ремесленников Владимир Никанорович**.

Официальные оппоненты:
Романовский Николай Семёнович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, главный научный сотрудник;
Пинус Александр Георгиевич, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Новосибирский государственный технический университет», профессор кафедры алгебры и математической логики.

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова».

Защита состоится 15 ноября 2013 в 15:30 на заседании диссертационного совета Д 003.015.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, Новосибирск, пр. Акад. Коптюга, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.
Автореферат разослан ____ октября 2013 г.

Учёный секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук А. И. Стукачев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИССЕРТАЦИИ

Актуальность работы. Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами — это раздел математической логики в котором изучаются решения систем уравнений над произвольными алгебраическими системами. Г. Баумслагом, А. Г. Мясниковым и В. Н. Ремесленниковым были написаны работы [1, 2], в которых строилась алгебраическая геометрия над группами. Затем разработанный в этих работах подход Э. Ю. Данияровой, А. Г. Мясниковым и В. Н. Ремесленниковым был обобщён на случай произвольных алгебраических систем. Ими была написана серия статей [3–8] в которой развивается алгебраическая геометрия над произвольными алгебраическими системами. Также Б. И. Плоткин опубликовал ряд работ [9–11] по универсальной алгебраической геометрии, в которых рассматривались близкие вопросы. Также стоит отметить работы А. Г. Пинуса [12–14] в этом направлении.

Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами ставит перед собой следующие задачи [4]:

1. Перенос основных понятий и идей с алгебраической геометрии над конкретными алгебраическими системами на случай произвольной алгебраической системы.

2. Формулировка общих результатов и доказательство их без использования специфики конкретных алгебраических систем.

3. Последующее развитие общей теории, решение задач, которые естественно возникают на этом пути.

Основными объектами изучения алгебраической геометрии над алгебраическими системами являются алгебраические множества — множества решений систем уравнений. Основная задача алгебраической геометрии над алгебраическими системами — описание алгебраических множеств.

Эта задача решена в цикле работ Э. Ю. Данияровой, А. Г. Мясникова и В. Н. Ремесленникова, ими было показано, что классификация алгебраических множеств с точностью до изоморфизма сводится к задаче классификации координатных алгебр, а также доказаны так называемые объединяющие теоремы, которые дают описание координатных алгебр с семи различных точек зрения.

По любой алгебраической системе $\mathcal{A}$ можно построить различные серии топологий, взяв в качестве предбазы замкнутых множеств совокупность формульных множеств для некоторого подмножества формул. Если мы возьмём в качестве предбазы замкнутых множеств совокупность множеств решений всех систем уравнений от n переменных, то получим серию топологий Зарисского $\mathfrak{Z}_{\mathcal{A},n}$ на алгебраической системе $\mathcal{A}$. В случае, когда алгебраическая система является полем, эта топология была введена в рассмотрение О. Зарисским [15]. В случае групп, топология Зарисского появляется в работе А. А. Маркова [16] в связи с решением задачи топологизируемости групп, а также в работе Р. Брайнта [17]. В дальнейшем топология Зарисского на группах изучалась в работах Г. Баумслага, А. Г. Мясникова и В. Н. Ремесленникова [1, 2]. На дистрибутивных решётках топология Зарисского рассматривалась в работе [18], а над алгебрами Ли — в работе [19]. В работах Э. Ю. Данияровой А. Г. Мясникова и В. Н. Ремесленникова [3, 4] топология Зарисского определена для произвольной алгебраической системы, а также изучен ряд свойств этой топологии.

В случае, когда любая система уравнений эквивалентна над алгебраической системой $\mathcal{A}$ своей некоторой конечной подсистеме, говорят, что алгебраическая система является нётеровой по уравнениям. Оказывается, что это свойство эквивалентно тому, что для любого n топология Зарисского $\mathfrak{Z}_{\mathcal{A},n}$ является нётеровой. Поля являются нётеровыми по уравнениям в силу теоремы Гильберта о базисе. Нётеровы по уравнениям группы изучались в работах [1, 17, 20, 38, 39]. Если алгебраическая система обладает свойством нётеровости по уравнениям, то это должно считаться удачей, так как это позволяет применить ряд теорем при построении алгебраической геометрии над этой алгебраической системой, например, теорему о разложении алгебраического множества на неприводимые компоненты или объединяющие теоремы. В силу этого необходимо изучать свойство нётеровости по уравнениям. Ряд результатов получен в упомянутом выше цикле работ [3–8]. Некоторые результаты получены автором и приведены в главе 2 диссертации.

Было замечено, что ряд результатов о нётеровых по уравнениям алгебраических системах, например, объединяющие теоремы, остаётся верен, если требовать выполнение более слабых свойств. Поэтому Э. Ю. Данияровой, А. Г. Мясниковым и В. Н. Ремесленниковым в [5] было предложено ряд обобщений свойства нётеровости по уравнениям: слабая нётеровость по уравнениям, q_ω-компактность, u_ω-компактность и т. д. Взаимосвязи между этими свойствами были изучены в работе [5], а также в работе А. Н. Шевлякова [21] и в работе автора [43]. В частности, в последней работе было введено понятие E_k-систем, и были доказаны необходимые условия q_ω- и u_ω-компактности. А. Н. Шевляков в своей работе [22] продолжил эти исследования, и изучил случаи, когда эти условия являются ещё и достаточными.

Если снабдить алгебраическую систему топологией, в которой все основные функции непрерывны, а все отношения являются замкнутыми множествами, то получим топологическую алгебраическую систему. В этом случае некоторую информацию об алгебраических множествах можно получить из свойств полученного топологического пространства. Например, хорошо известно, что множества решений полиномиальных уравнений над полем $\mathbb{R}$ будут замкнутыми в евклидовой топологии множествами. Можно показать, что аналогичное утверждение имеет место в случае произвольной топологической алгебраической системы с хаусдорфовой топологией. Для некоторых топологических алгебраических систем $\mathcal{A} = \langle A, \mathfrak{T}, L\rangle$ верно и обратное, то есть любое замкнутое в топологии $\mathfrak{T}^n$ множество $X \subseteq A^n$ является алгебраическим над $\mathcal{A}$ множеством. Такие алгебраические системы изучаются в главе 3 диссертации. Заметим, что в этом случае мы получаем описание алгебраических множеств, а в этом и состоит основная задача алгебраической геометрии над алгебраическими системами. Для некоторых топологических алгебраических систем, для которых не имеет место совпадение совокупности алгебраических множеств с совокупностью замкнутых в заданной топологии множеств, удаётся доказать более слабую теорему о том, что топология Зарисского совпадает с заданной топологией. Такие алгебраические системы также изучаются в главе 3 диссертации. Также отметим, что некоторые свойства топологии на алгебраической системе, например, хаусдорфовость, можно выразить на языке уравнений над этой алгебраической системой.

В работе А. Г. Пинуса [12] рассматриваются решётки алгебраических множеств $\mathfrak{A}_{\mathcal{A},n}$. Понятно, что свойства этих решёток полностью определяются алгебраической системой. В этой работе отмечено, что иногда удаётся сделать и обратное — из некоторых свойств решёток алгебраических множеств вывести некоторые свойства алгебраической системы. В диссертации показано, что эту же идею можно применить к топологии Зарисского на алгебраической системе.

Алгебраическая система называется топологизируемой, если её можно наделить недискретной хаусдорфовой топологией.

Дж. Килтинен [23] показал, что любое бесконечное тело топологизируемо, аналогичный результат получен А. Д. Таймановым [24]. Также топологизирумость полей изучалась в работе К.-П. Подевского [25] и А. Ф. Мутылина [26]. А. А. Марковым [16] был доказан критерий топологизируемости группы и поставлен вопрос о существовании бесконечной нетопологизируемой группы был поставлен А. А. Марковым [16]. В 1967 году А. И. Мальцев поставил вопрос о топологизируемости других бесконечных алгебраических систем [27, стр. 375]. Дж. Хансон построил пример нетопологизируемого группоида [28], А. Д. Тайманов построил пример нетопологизируемой полугруппы [29], а В. И. Арнаутов — нетопологизируемого кольца [30]. Несчётные нетопологизируемые группы были построены С. Шелахом [31] и Г. Хессе [32]. А. Ю. Ольшанский построил счётную нетопологизируемую группу [33]. А. А. Клячко и А. В. Трофимов построили счётную нетопологизируемую конечно порождённую группу без кручения [34]. Критерий топологизируемости кольца был доказан В. И. Арнаутовым [35]. Критерии топологизируемости алгебраических систем были доказаны К.-П. Подевским [36] и А. Д. Таймановым [24, 37].

Оказывается критерии А. А. Маркова, К.-П. Подевского и А. Д. Тайманова можно просто переформулировать с использованием понятия топологии Зарисского: топологизиуемость счётных алгебраических систем оказывается эквивалентной недискретности соответствующих топологий Зарисского. И как показано в главе 4 диссертации, свойство нётеровости по уравнениям влечёт недискретность топологии Зарисского, следовательно, любая счётная нётерова по уравнениям алгебраическая система является топологизиемой. Это утверждение обобщает целый ряд ранее известных утверждений о топологизируемости конкретных алгебраических систем.

Цели и задачи диссертационной работы. Перечислим цели данной работы.

1. Изучить общие свойства нётеровых по уравнениям алгебраических систем.

2. Изучить взаимосвязи между нётеровостью по уравнениям, q_ω-, и u_ω-компактностью и слабой нётеровостью по уравнениям.

3. Показать, что нётеровы по уравнениям алгебраические системы являются топологизируемыми.

4. Изучить топологию Зарисского и совокупность алгебраических множеств для алгебраических систем $\langle \mathbb{N}, +, \min, \max, 0, 1 \rangle$, $\langle \mathbb{R}, +, -, \min, \max, \cdot, 0, 1 \rangle$ и ряда других.

Основные результаты диссертации. На защиту выносятся следующие результаты:

1. Доказано, что любая фактор-алгебра нётеровой по уравнениям алгебры по конгруэнции замкнутой в топологии Зарисского является нётеровой по уравнениям (результат опубликован в [42]).

2. Построены примеры, показывающие, что существуют слабо нётеровы по уравнениям алгебры, которые не являются нётеровыми по уравнениям, и существуют q_ω-компактные алгебры, которые не являются u_ω-компактными (результат опубликован в [43]).

3. Доказаны необходимые условия q_ω- и u_ω-компактности, использующие понятия E_k-систем уравнений (результат опубликован в [43]).

4. Показано, что любая счётная нётерова по уравнения алгебра является топологизируемой (результат опубликован в [40]).

5. Найдены необходимые и достаточные условия, при которых хаусдорфова топология на алгебраической системе совпадает с топологией Зарисского на этой алгебраической системе, и условия, при которых совокупность алгебраических множеств совпадает с совокупностью множеств замкнутых в хаусдорфовой топологии, заданной на этой алгебраической системе (результат опубликован в [41, 44]).

Научная новизна. Все основные результаты диссертации являются новыми.

Методы исследования. В качестве методов исследования использовались методы теории моделей, универсальной алгебры и топологии.

Теоретическая и практическая значимость. Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации могут быть применены при дальнейшем развитии алгебраической геометрии над алгебраическими системами.

Апробация результатов. Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: Международная конференция «Мальцевские чтения» (ИМ им. С. Л. Соболева, Новосибирск, 2009, 2010, 2011, 2012 гг.), Международная школа-семинар «Новые алгебро-логические методы решения систем уравнений» (Омск, ОФ ИМ им. С. Л. Соболева, 2009 г.), 9-ая международная летняя школа «Пограничные вопросы теории моделей и универсальной алгебры» (ИМ им. С. Л. Соболева, Новосибирск, 2011 г.), Международная конференция «Полиномиальная компьютерная алгебра» (ММИ им. Л. Эйлера, Санкт-Петербург, 2012 г.), Конференция «Алгебра, алгоритмы и вычисления на суперкомпьютерах» (ОФ ИМ им. С. Л. Соболева, Омск, 2012 г.).

А также на следующих научных семинарах: Омский алгебраический семинар (ОФ ИМ им. С. Л. Соболева СО РАН, Омск, 2011 г.), Семинар «Теория моделей» (ИМ им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, 2011 г.), Геометрический семинар (ОФ ИМ им. С. Л. Соболева СО РАН, Омск, 2012 г.), Семинар «Геометрия, топология и их приложения» (ИМ им. С. Л. Соболева СО РАН, Новосибирск, 2012 г.), Семинар «Алгебра и логика» (НГУ, Новосибирск, 2012 г.)

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 6 статьях; из них статьи [40–42] опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук; статьи [43, 45] — в рецензируемых журналах; статья [44] — в сборнике трудов конференций. Статья [45] написана совместно с Ю. С. Дворжецким при равном вкладе соавторов.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из оглавления, введения, 4 глав, предметного указателя и списка литературы. Общий объём диссертации составляет 91 страницу. Список литературы включает 70 наименований.

ОБЗОР СОДЕРЖАНИЯ ДИССЕРТАЦИИ

В **первой главе** приведены необходимые понятия и формулировки теорем из алгебраической геометрии над алгебраическими системами и теории моделей, а также сделан обзор результатов, связанных с топологией Зарисского, свойством нётеровости по уравнениям и её обобщениями, топологизируемостью алгебраических систем.

Вторая глава посвящена свойству нётеровости по уравнениям и её обобщениям; приведены пример алгебраической системы, являющейся слабо нётеровой по уравнениям, но не являющейся нётеровой по уравнениям, и пример q_ω-компактной алгебраической системы, которая не является u_ω-компактной. Приведён пример алгебры, показывающий, что из нётеровости от n переменных вообще говоря не следует нётеровость по уравнениям ни для какого n; также доказана лемма, показывающая в каких случаях расширение нётеровой по уравнениям алгебры константами не приводит к нарушению свойства нётеровости.

В этой главе доказывается следующая теорема.

Теорема 22. *Если алгебра $\mathcal{A}$ нётерова по уравнениям, конгруэнция θ на алгебре $\mathcal{A}$ является замкнутым в топологии Зарисского $\mathfrak{Z}_{\mathcal{A},2}$ множеством, то алгебра $\mathcal{A}/\theta$ также нётерова по уравнениям.*

Пусть $\mathcal{A}$ — алгебра, k — неотрицательное целое число. Систему уравнений $S(\mathbf{x})$ назовём *E_k-системой уравнений над $\mathcal{A}$*, если $|\mathrm{V}_{\mathcal{A}}(S(\mathbf{x}))| = k$ и для любой конечной системы $S_0(\mathbf{x}) \subseteq S(\mathbf{x})$ верно строгое неравенство $|\mathrm{V}_{\mathcal{A}}(S_0(\mathbf{x}))| > k$. В этой главе изучаются свойства E_k-систем уравнений, а также сформулированы и доказаны необходимые условия u_ω- и q_ω-компактности, использующие понятие E_k-систем уравнений.

Теорема 23. *Пусть $\mathcal{A}$ — алгебра.*

1. *Если алгебра $\mathcal{A}$ является q_ω-компактной, то над $\mathcal{A}$ не существует E_0- и E_1-систем уравнений.*

2. *Если $\mathcal{A}$ является u_ω-компактной, то для любого неотрицательного целого k над $\mathcal{A}$ не существует E_k-систем уравнений.*

В **третьей главе** изучается оператор замыкания в топологии Зарисского, непрерывные отображения в топологии Зарисского; показано, что образы алгебраических множеств при термальных отображениях в случае нётеровых по уравнениям моделей теорий, допускающих элиминацию кванторов поддаются достаточно хорошему описанию. Доказаны следующие теоремы, показывающие когда совокупность алгебраических множеств совпадает с заданной на алгебраической системе топологией, и когда топология Зарисского совпадает с заданной на алгебраической системе топологией.

Теорема 26. *Пусть* $\mathcal{A} = \langle A, \mathfrak{T}, L\rangle$ *— топологическая алгебраическая система,* $\mathfrak{T}$ *— хаусдорфова топология,* n *— положительное целое число.* $\mathfrak{A}_{\mathcal{A},n} = \mathrm{Cl}(\mathfrak{T}^n)$ *тогда и только тогда, когда найдётся такая база* $\mathfrak{B}$ *топологии* $\mathfrak{T}^n$*, что для любой точки* $\mathbf{a} \in A^n$ *и любого содержащего точку* $\mathbf{a}$ *множества* X *из* $\mathfrak{B}$ *найдётся алгебраическое множество* Y*, не содержащее точку* $\mathbf{a}$ *и содержащее множество* $A^n \setminus X$*.*

Теорема 27. *Пусть* $\mathcal{A} = \langle A, \mathfrak{T}, L\rangle$ *— топологическая алгебраическая система,* $\mathfrak{T}$ *— хаусдорфова топология,* n *— положительное целое число.* $\mathfrak{Z}_{\mathcal{A},n} = \mathfrak{T}^n$ *тогда и только тогда, когда найдётся такая база* $\mathfrak{B}$ *топологии* $\mathfrak{T}^n$*, что для любой точки* $\mathbf{a} \in A^n$ *и любого содержащего точку* $\mathbf{a}$ *множества* X *из* $\mathfrak{B}$ *найдётся замкнутое в топологии Зарисского* $\mathfrak{Z}_{\mathcal{A},n}$ *множество* Y*, не содержащее точку* $\mathbf{a}$ *и содержащее множество* $A^n \setminus X$*.*

С помощью теоремы 26 показано, что для алгебр $\langle \mathbb{R}, \max, \cdot, +, -, 0, 1\rangle$, $\langle \mathbb{R}; +, -, \max, 0, 1\rangle$ и $\langle \mathbb{R}; +, \max, -1, 0, 1\rangle$ совокупность алгебраических множеств совпадает с совокупностью замкнутых в евклидовой топологии множеств. С помощью теоремы 27 показано, что для линейных решёток и линейно упорядоченных множеств топология Зарисского совпадает с порядковой топологией. Также в главе приводятся ещё несколько примеров применения этих теорем.

В **четвёртой главе** устанавливается связь между топологизируемостью алгебры и недискретностью топологии Зарисского; показано, что критерии К.-П. Подевского и А. Д. Тайманова о топологизируемости, используя понятие топологии Зарисского, можно переформулировать следующим образом.

Критерий А. Д. Тайманова. *Счётная алгебра* $\mathcal{A} = \langle A, L_A\rangle$ *счётного языка топологизируема тогда и только тогда, когда топология Зарисского* $\mathfrak{Z}_{\mathcal{A}}$ *не дискретна.*

Критерий К.-П. Подевского. *Счётная алгебра* $\mathcal{A} = \langle A, L_A\rangle$ *счётного языка* T_1*-топологизируема тогда и только тогда, когда топология* $\mathfrak{Z}'_{\mathcal{A}}$ *не дискретна.*

Также в главе приводится доказательство критерия А. Д. Тайманова и доказываются некоторые следствия из этого критерия.

Основным результатом главы является следующая теорема.

Теорема 31. *Произвольная нётерова по уравнениям счётная алгебра $\mathcal{A} = \langle A, L_A \rangle$ счётного языка является топологизируемой.*

Также в главе показано, что что из этой теоремы следует топологизируемость счётных абелевых групп, счётных свободных групп, счётных линейных групп над нётеровым коммутативным кольцом, счётных гиперболических групп без кручения, счётных жёстких групп, счётных свободных полугрупп, счётных коммутативных полугрупп с сокращениями. Заметим, что топологизируемость большой части алгебр из этого списка была доказана ранее различными математиками, используя специфику конкретных алгебр, но теорема 31 даёт нам универсальный инструмент для получения таких результатов.

Литература

[1] Baumslag G., Myasnikov A. G., Remeslennikov V. N. Algebraic geometry over groups I: Algebraic sets and ideal theory // J. Algebra. 1999. Vol. 219. P. 16–79.

[2] Myasnikov A., Remeslennikov V. Algebraic geometry over groups. II. Logical foundations // J. Algebra. 2000. Vol. 234. P. 225–276.

[3] Daniyarova, E. Yu., Myasnikov A. G., Remeslennikov V. N. Unification theorems in algebraic geometry // Algebra and Discrete Mathematics. 2008. Vol. 1. P. 80–112.

[4] Даниярова Э. Ю., Мясников А. Г., Ремесленников В. Н. Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами. II. Основания // Фундамент. и прикл. матем. 2012. Т. 17, №1. С. 65–106.

[5] Daniyarova E. Yu., Myasnikov A. G., Remeslennikov V. N. Algebraic geometry over algebraic structures III: Equationally Noetherian property and compactness // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. 2011. Vol. 35, no. 1. P. 35–68.

[6] Даниярова Э. Ю., Мясников А. Г., Ремесленников В. Н. Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами. IV. Эквациональные области и ко-области // Алгебра и логика. 2010. Т. 49, №6. С. 715–756.

[7] Даниярова Э. Ю., Мясников А. Г., Ремесленников В. Н. Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами. V. Случай произвольной сигнатуры // Алгебра и логика. 2012. Т. 51, №1. С. 41–60.

[8] Даниярова Э. Ю., Мясников А. Г., Ремесленников В. Н. Универсальная алгебраическая геометрия // ДАН. 2011. Т. 439, №6. С. 730–732.

[9] Plotkin. B. Varieties of algebras and algebraic varieties, Categories of algebraic varieties // Siberian Advances in Math. 1997. Vol. 7, no. 2. P. 64–97.

[10] Plotkin B. Varieties of algebras and algebraic varieties // Izrael J. Math. 1996. Vol. 96, no. 2. P. 511–522.

[11] Plotkin B. Algebras with the same (algebraic) geometry // Proc. Steklov Inst. Math. 2003. Vol. 242. P. 165–196.

[12] Пинус А. Г. О решётках подмножеств универсальных алгебр // Алгебра и теория моделей 8: Сб. трудов под ред. Пинуса А. Г. и др. 2011. Новосибирск: НГТУ. С. 67–72.

[13] Пинус А. Г. Новые алгебраические инварианты для формульных подмножеств универсальных алгебр // Алгебра и логика. 2011. Т. 50, №2. С. 209–230.

[14] Пинус А. Г. Алгебраическая и логическая геометрии универсальных алгебр (унифицированный подход) // Фундамент. и прикл. матем. 2012. Т. 17, №1. С. 189–204.

[15] Zariski O. The fundamental ideas of abstract algebraic geometry // Proceedings of the International Congress of Mathematicians. 1950. Cambridge, Mass. Vol. 2. 77–89.

[16] Марков А. А. О безусловно замкнутых множествах // Матем. сб. Т. 18(60), №1. 1946. С. 3–28.

[17] Bryant R. The verbal topology of a group // J. Algebra. 1977. Vol. 48. P. 340–346.

[18] Gierz G., Stralka. A. The Zariski topology for distributive lattices // Rocky Mountain Journal of Mathematics. 1987. Vol. 17, no. 2. P. 196–217.

[19] Даниярова Э. Ю. Основы алгебраической геометрии над алгебрами Ли // Вестник Омского университета. 2007. Специальный выпуск «Комбинаторные методы алгебры и сложность вычислений». 8–39.

[20] Baumslag G., Myasnikov A. G., Romankov V. A. Two theorems about equationally Noetherian groups // J. Algebra. 1997. Vol. 194, 1997. P. 654–664.

[21] Shevlyakov A. N. Commutative idempotent semigroups at the service of universal algebraic geometry // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. 2011. Vol. 35, no. 1. P. 111–136.

[22] Shevlyakov A. N. Algebraic geometry over linear ordered semilattices // Алгебра и теория моделей 8: Сб. трудов под ред. Пинуса А. Г. и др. 2011. Новосибирск: НГТУ. С. 116–131.

[23] Kiltinen J. O. Inductive ring topologies // Trans. Amer. Math. Soc. 1968. Vol. 134. P. 149–169.

[24] Тайманов А. Д. О топологизируемости счётных алгебр // Мат. анализ и смежн. вопр. мат. 1978. Новосибирск. С. 254–275.

[25] Podewski K.-P. The number of field topologies on countable field // Proc. Amer. Math. Soc. 1073. Vol. 39, no. 1. P. 33–38.

[26] Мутылин А. Ф. Пример нетривиальной топологизации поля рациональных чисел. Полные локально ограниченные поля // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1966. Т. 30, №4. С. 873–890.

[27] Справочная книга по математической логике. / Под ред. Дж. Барвайса. М.: Наука, 1982. Т. 1.

[28] Hanson J. An infinite groupoid which admits only trivial topologies // Amer. Math. Mounthly. 1967. Vol. 74. P. 568–569.

[29] Тайманов А. Д. Пример полугруппы, допускающей только дискретную топологию // Алгебра и логика. 1973. Т. 12. С. 64–65.

[30] Арнаутов В. И. Пример бесконечного кольца, допускающего только дискретную топологию // Математические исследования. 1970. Т. 5, №3. С. 182–185.

[31] Shelah S. On a Kurosh problem: Jonsson groups, Frattini subgroups and untopologized groups // Preprint of the Institute of Math. Jerusalem. The Herbew University, 1975.

[32] Hesse G. Zur Topologisierbarkeit von Gruppen. / PhD thesis. Hannover, 1979.

[33] Ольшанский А. Ю. Замечание о счётной нетопологизируемой группе // Вестник МГУ. 1980. Т. 3. С. 103.

[34] Klyachko A. A., Trofimov A. V. The number of non-solutions of an equation in a group // J. Group Theory. 2005. Vol. 8, no. 6. P. 747–754.

[35] Арнаутов В. И. О топологизациях счётных колец // Сиб. мат. ж. 1968. Т. 9, №6. С. 1251–1962.

[36] Podewski K.-P. Topologisierung Algebraischer Strukturen // Rev. Roum. Math. Pures Appl. 1977. Vol. 22, no. 9. P. 1283–1290.

[37] Тайманов А. Д. О топологизации счётных алгебр // Докл. АН СССР. 1978. Т. 243, №2. 284–286.

[38] Романовский Н. С. Нётеровость по уравнениям жёстких разрешимых групп // Алгебра и логика. 2009. Т. 48, №2. 258–279.

[39] Гупта Ч. К., Романовский Н. С. Нётеровость по уравнениям некоторых разрешимых групп // Алгебра и логика. 2007. Т. 46, №1. 46–59.

Публикации автора по теме диссертации:

[40] Котов М. В. О топологизириуемости счётных нётеровых по уравнениям алгебр // Алгебра и логика. 2013 Т. 52, №2. С. 155–171.

[41] Котов М. В. Несколько замечаний о топологии Зарисского на алгебраических системах // Вестник Омского университета. 2012. №4. С. 27–32.

[42] Котов М. В. Несколько замечаний о нётеровости по уравнениям // Вестник Омского университета. 2013. №2. С. 24–28.

[43] Kotov M. V. Equationally Noetherian property and close properties // Southeast Asian Bulletin of Mathematics. 2011. Vol. 35, no. 3. P. 419–429.

[44] Котов М. В. Алгебраическая геометрия над некоторыми топологическими алгебрами // Алгебра и теория моделей 8. Сборник трудов под ред. Пинуса А. Г. и др. Новосибирск: НГТУ, 2011. С. 40–47.

[45] Дворжецкий Ю. С., Котов М. В. Минимаксные алгебраические системы // Вестник Омского университета. 2008. Специальный выпуск «Комбинаторные методы алгебры и сложность вычислений». С. 130–136.

Котов Матвей Владимирович

ТОПОЛОГИЯ ЗАРИССКОГО НА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать ________. Формат 60x84 1/16.
Усл. печ. л. 1,3. Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ № __.

Отпечатано в отделе полиграфии
Омского государственного университета
644077, Омск, пр. Мира, 55