

На правах рукописи

**Горшков Илья Борисович**

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ КОНЕЧНЫХ  
ПРОСТЫХ ГРУПП**

01.01.06 — математическая логика,  
алгебра и теория чисел

**А в т о р е ф е р а т**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Новосибирск-2013

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук, профессор  
**Васильев Андрей Викторович.**

Официальные оппоненты:  
**Казарин Лев Сергеевич**  
доктор физико-математических наук, профессор,  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»,  
заведующий кафедрой алгебры и математической логики;

**Лыткина Дарья Викторовна**  
доктор физико-математических наук, доцент,  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего профессионального образования  
«Сибирский государственный университет  
телекоммуникаций и информатики»,  
профессор кафедры высшей математики факультета  
информатики и вычислительной техники.

Ведущая организация:  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт математики и механики им. Н.Н. Красовского  
Уральского отделения Российской академии наук.

Защита состоится 15 ноября 2013 года в 16:30 на заседании диссертационного совета Д 003.015.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: пр. Академика Коптюга 4, г. Новосибирск, 630090.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук.

Автореферат разослан 10 октября 2013 г.  
Ученый секретарь диссертационного совета  
кандидат физико-математических наук

А.И. Стукачев

## Общая характеристика работы

В теории конечных групп большое значение имеет характеристика групп свойствами, представимыми в виде числовых характеристик. Наиболее часто используемыми числовыми характеристиками групп являются порядок группы и порядки ее элементов, порядки и индексы различных подгрупп, размеры классов сопряженных элементов. Арифметическое описание группы может быть достаточно точным, а в некоторых случаях и полностью (с точностью до изоморфизма) охарактеризовать ее в классе всех конечных групп. В частности, недавно А.В. Васильев, М.А. Гречкосеева, В.Д. Мазуров показали, что порядок группы в совокупности с множеством порядков элементов группы с точностью до изоморфизма определяет любую конечную простую группу в классе всех конечных групп [8]. В диссертации изучается вопрос о характеристике конечных простых групп по множеству порядков элементов и по множеству размеров классов сопряженных элементов.

В диссертации для конечных простых неабелевых групп будут использоваться следующие обозначения: знакопеременная группа степени  $n$  обозначается через  $Alt_n$ , спорадические простые группы и простые исключительные группы лиева типа обозначаются в соответствии с «Атласом конечных групп» [18]. Для классических групп используется лиева нотация. Кроме того, симметрическая группа степени  $n$  обозначается через  $Sym_n$ .

Спектр  $\omega(G)$  конечной группы  $G$  — это множество порядков ее элементов. Множество  $\omega(G)$  конечной группы  $G$  замкнуто относительно делимости и однозначно определено множеством  $\mu(G)$  тех элементов из  $\omega(G)$ , которые являются максимальными относительно делимости. Будем говорить, что две группы изоспектральны, если они обладают одинаковыми спектрами.

Вопрос о связи между спектром конечной группы и ее строением изучался давно. Выделим результаты Г. Хигмана и М. Сузуки о конечных группах, спектр которых содержит только степени простых чисел (их называют *EPPO*-группами). В 1957 г. Г. Хигман [20] показал, что порядок конечной разрешимой *EPPO*-группы имеет не более двух простых делителей, а в 1962 г. М. Сузуки [27] описал все конечные простые *EPPO*-группы. В середине 80-х годов, рассматривая общую проблему строения конечных *EPPO*-групп, В. Ши обнаружил

(см. [24, 25]), что знакопеременная группа  $Alt_5$  и простая линейная группа  $A_1(7)$  однозначно характеризуются своим спектром в классе конечных групп. Именно В. Ши принадлежит постановка вопроса о распознаваемости конечных групп по спектру в том виде, в котором он сформулирован в диссертационной работе.

Для произвольного подмножества  $\omega$  множества натуральных чисел обозначим через  $h(\omega)$  число попарно неизоморфных групп  $G$  таких, что  $\omega(G) = \omega$ . Мы будем говорить, что для конечной группы  $G$  проблема распознаваемости (по спектру) решена, если мы знаем значение  $h(\omega(G))$  (для краткости  $h(G)$ ). Будем называть группу  $G$  распознаваемой (по спектру), если  $h(G) = 1$ , почти распознаваемой, если  $h(G) < \infty$ , и нераспознаваемой, если  $h(G) = \infty$ .

Отметим, что простые группы не случайно представляют основной интерес с точки зрения проблемы распознаваемости по спектру. Это объясняется тем, что, как показал В. Ши [26], группа, обладающая нетривиальной нормальной разрешимой подгруппой, обязательно нераспознаваема (строгое доказательство этого утверждения опубликовано В.Д. Мазуровым в [13]), в частности, все разрешимые группы нераспознаваемы. Таким образом, каждая распознаваемая или почти распознаваемая по спектру группа является расширением прямого произведения  $M$  неабелевых простых групп с помощью некоторой подгруппы группы внешних автоморфизмов  $Out(M)$ . К настоящему моменту проблема распознаваемости решена для многих конечных неабелевых простых групп. Список таких групп можно найти в [14, 19, 22].

Пусть  $L$  — конечная неабелева простая группа, а  $G$  — произвольная конечная группа, удовлетворяющая условию  $\omega(G) = \omega(L)$ . Доказательство распознаваемости группы  $L$ , как правило, включает в себя три основных этапа.

1. Доказывается, что  $G$  обладает единственным неабелевым композиционным фактором  $S$  таким, что  $S \leq G = G/K \leq Aut(S)$ , где  $K$  — максимальная нормальная разрешимая подгруппа группы  $G$ .
2. Доказывается, что группа  $S$  изоморфна группе  $L$ .
3. Доказывается, что  $G/S = 1$  и  $K = 1$ .

При доказательстве единственности неабелева композиционного фактора  $S$  важную роль играет так называемый граф простых чисел или граф Грюнберга–Кегеля  $GK(G)$  группы  $G$ . Множество вершин этого графа совпадает с множеством простых делителей порядка

группы  $G$ , две вершины, соответствующие двум различным простым числам  $p$  и  $q$ , соединены ребром тогда и только тогда, когда в  $G$  найдется элемент порядка  $pq$ . Ясно, что граф простых чисел группы однозначно определяется по спектру; в частности, две группы, спектры которых совпадают, обладают одинаковыми графами простых чисел. К.В. Грюнбергом и О.Х. Кегелем [29] было получено структурное описание групп с несвязным графом простых чисел: конечная группа  $G$  с несвязным графом простых чисел либо является разрешимой группой специального вида, либо имеет единственный неабелев композиционный фактор  $S$ , причем число компонент связности графа простых чисел группы  $S$  не меньше, чем число компонент связности графа простых чисел группы  $G$ . Список простых групп с несвязным графом простых чисел был получен Дж.С. Вильямсом [29] и А.С. Кондратьевым [11]. Из работы М.Р. Зиновьевой (Алеевой) [1] и совместной работы М.С. Лучидо и А. Могхаддамфара [21] следует, что если конечная неабелева простая группа  $L$  изоспектральна разрешимой группе, то  $L \simeq A_2(3)$ ,  ${}^2A_2(3)$ ,  $C_2(3)$  или  $Alt_{10}$ . Таким образом, если группа  $L$  имеет несвязный граф простых чисел и не изоморфна ни одной из вышеприведенных групп, то группа  $G$  содержит единственный неабелев композиционный фактор, а это означает, что первый этап доказательства распознаваемости завершен. Описание К.В. Грюнберга и О.Х. Кегеля оказывается важным и на втором этапе доказательства, поскольку число компонент связности графа простых чисел единственного неабелева композиционного фактора  $S$  не меньше, чем число компонент связности графа простых чисел группы  $G$ . В частности, граф простых чисел  $S$  несвязен.

Однако свойство несвязности графа простых чисел в конечных простых группах является скорее исключением. Например, если простая линейная группа  $A_n(q)$  имеет несвязный граф простых чисел, то одно из чисел  $n$  или  $n + 1$  простое.

Множество вершин графа называется независимым, если любые две вершины этого множества не соединены ребром. Для конечной группы  $G$  через  $t(G)$  обозначается размер наибольшего независимого множества вершин в  $GK(G)$ . Размер наибольшего независимого множества, содержащего вершину 2, обозначается через  $t(2, G)$ .

В 2005 г. А.В. Васильевым было получено описание всех конечных групп, удовлетворяющих двум условиям:  $t(G) \geq 3$  и  $t(2, G) \geq 2$ . Диссертация содержит совместный с А.В. Васильевым результат,

уточняющий это описание для групп с теми же условиями и одним дополнительным: группа  $G$  должна быть изоспектральна некоторой неабелевой простой группе. Теорема утверждает, что в этом случае  $G$  имеет ровно один неабелев композиционный фактор  $S$ , причем  $t(2, S) \geq t(2, G)$ . Таблицы, содержащие значения  $t(G)$  и  $t(2, G)$  для графов простых чисел всех конечных неабелевых простых групп  $G$ , можно найти в работе А.В. Васильева и Е.П. Вдовина [5]. В частности, из этих таблиц следует, что под условие теоремы подпадают все неабелевы простые группы, за исключением групп  $A_2(3)$ ,  ${}^2A_2(3)$ ,  $C_2(3)$  и знакопеременных групп  $Alt_n$ , где среди чисел  $n, n-1, n-2, n-3$  нет простых.

Вопрос о распознаваемости знакопеременных групп исследовался многими авторами. В работах В.Д. Мазурова, А.С. Кондратьева [12] и А.В. Заварницина [9] доказано, что знакопеременные группы  $Alt_p$ ,  $Alt_{p+1}$ ,  $Alt_{p+2}$ , где  $p$  — простое число, большее 3, распознаваемы, за исключением группы  $Alt_6$ . Доказательство опирается на тот факт, что граф  $GK(Alt_n)$  в этих случаях несвязен и простое число  $p$  образует его компоненту связности, что неверно в общем случае. Нераспознаваемость группы  $Alt_6$  доказана в [16]. В [13] установлено, что группа  $Alt_{10}$  нераспознаваема. В [9] и [23] доказана распознаваемость групп  $Alt_{16}$  и  $Alt_{22}$  соответственно. В частности, для всех знакопеременных групп  $Alt_k$ , где  $k \leq 25$ , вопрос распознаваемости решен. Будем говорить, что группа  $L$  квазираспознаваема, если любая изоспектральная ей группа  $G$  обладает единственным композиционным фактором  $S$ , изоморфным  $L$ . В [10] было доказано, что если конечная простая знакопеременная группа квазираспознаваема, то она распознаваема. Как было отмечено выше, почти всегда знакопеременные группы имеют связный граф простых чисел и любая вершина графа простых чисел смежна с вершиной 2, что делает невозможным применение теоремы Грюнберга–Кегеля и теоремы Васильева. По этим причинам доказательство распознаваемости по спектру знакопеременных групп требует особого подхода. В 2010 г. И.А. Вакулой [3] была доказана теорема, описывающая свойства главных рядов групп с тем же спектром, что и у знакопеременной группы. В диссертации разработан метод, который с использованием приведенных результатов позволяет доказать распознаваемость всех неабелевых простых знакопеременных групп, за исключением  $Alt_6$  и  $Alt_{10}$ .

Результаты о распознаваемости конечных простых групп показывают, что группы относительно малого порядка нуждаются в отдельном внимании. На начальном этапе исследований проблемы распознаваемости по спектру рассматривались в основном отдельные простые группы. В работах В.Д. Мазурова [13] и А.В. Васильева [4] получен ответ на вопрос распознаваемости по спектру для конечных простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 11 и 13 соответственно. В диссертации получен аналогичный результат для конечных простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 17.

Важным арифметическим параметром группы  $G$  является множество  $N(G)$  размеров классов сопряженных элементов. Первые работы по исследованию размеров классов сопряженных элементов в конечных группах принадлежат П.Л. Силову и У. Бернсайду. В 80-х гг. прошлого столетия Дж. Томпсоном была сформулирована следующая гипотеза (см. [28], вопрос 12.38).

**Гипотеза Томпсона.** Если  $L$  — конечная неабелева простая группа,  $G$  — конечная группа с тривиальным центром и  $N(G) = N(L)$ , то  $G \simeq L$ .

К настоящему моменту справедливость гипотезы Томпсона установлена для многих конечных неабелевых простых групп. Так, например, Г.Ю. Ченом [17] установлена справедливость гипотезы Томпсона для всех конечных простых групп, граф простых чисел которых имеет более двух компонент связности. В 2009 г. А.В. Васильев опубликовал статью, основным результатом которой является доказательство справедливости гипотезы Томпсона для групп  $Alt_{10}$  и  $A_3(4)$  [7]. Эти группы стали первыми известными группами со связным графом простых чисел, для которых доказана справедливость гипотезы Томпсона. Позже Н. Аханджиде показала справедливость гипотезы Томпсона для групп  $B_n(q), C_n(q)$ , где  $n$  четно, а  $q \geq 8, q \neq 9$ , и  $A_n(q)$  (см. [2] и [15]).

В диссертации доказана справедливость гипотезы Томпсона для всех конечных простых групп со связным графом простых чисел, простые делители порядков которых не превосходят 17.

#### **Основные результаты диссертации.**

1. Доказана распознаваемость по спектру знакопеременных групп степени, большей 25 (теорема 3.1).

2. Доказано, что конечная группа, изоспектральная конечной неабелевой простой группе, имеет не более одного неабелева композиционного фактора (теорема 3.2).

3. Доказана справедливость гипотезы Томпсона для конечных простых групп  ${}^2A_3(5)$ ,  ${}^2A_3(4)$ ,  $C_3(4)$ ,  $D_4(4)$ ,  $Alt_{16}$ , и тем самым завершено исследование гипотезы Томпсона для конечных простых групп со связным графом простых чисел, простые делители порядков которых не превосходят 17 (теорема 5.1).

Основные результаты диссертации получены автором лично и опубликованы в [33, 34].

**Новизна и научная значимость работы.** Все основные результаты диссертации являются новыми. Результаты и методы работы могут быть использованы для дальнейших исследований как вопроса о распознаваемости групп по спектру, так и других проблем теории групп. Они могут быть включены в спецкурсы для студентов и аспирантов, специализирующихся в области алгебры.

**Методы исследования.** В работе используются классические методы теории групп: теория конечных простых групп, теория групп лиева типа, методы линейной алгебры, а также элементы теории чисел. Кроме того, в работе используются оригинальные методы, разработанные автором.

**Апробация работы.** По результатам диссертации в период с 2007 по 2013 год были сделаны доклады на конференциях в Новосибирске, Екатеринбурге, Челябинске, Нальчике, Казани, Минске (см. [36–42]). Результаты работы неоднократно докладывались на семинарах «Теория групп» и «Алгебра и логика» Института математики СО РАН и НГУ.

**Публикации.** Результаты автора по теме диссертации опубликованы в работах [30–42], при этом работы [30–34] опубликованы в изданиях, которые входят в перечень ВАК российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 5 глав и списка литературы. Она изложена на 67 страницах, библиография содержит 86 наименований.

Перейдем к более подробному изложению работы.

## Содержание диссертации

**Общая структура диссертации.** Диссертация разбита на главы, которые в свою очередь подразделяются на параграфы. Точные формулировки всех теорем приведены во введении. Вспомогательные утверждения — леммы — имеют тройную нумерацию: первое число — номер главы, второе — номер параграфа в текущей главе, третье — номер утверждения в текущем параграфе.

**Глава 1.** Глава посвящена основным определениям и предварительным результатам. Во-первых, формулируются основные определения, использующиеся на протяжении всей диссертации. Во-вторых, излагаются общие аспекты проблемы распознавания конечных групп по спектру. В-третьих, приводится таблица всех конечных простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 17. В-четвертых, излагаются некоторые известные результаты из теории чисел, необходимые в диссертации.

**Глава 2.** Основным результатом главы является следующее уточнение теоремы 1 из [30].

**Теорема 2.1.** Пусть  $L$  — конечная неабелева простая группа, для которой  $t(L) \geq 3$  и  $t(2, L) \geq 2$ , а  $G$  — конечная группа, удовлетворяющая условию  $\omega(G) = \omega(L)$ . Тогда выполняются следующие утверждения.

(1) Существует конечная неабелева простая группа  $S$  такая, что  $S \leq \bar{G} = G/K \leq \text{Aut}(S)$  для максимальной нормальной разрешимой подгруппы  $K$  группы  $G$ .

(2) Для каждого независимого подмножества  $\rho$  множества  $\pi(G)$  такого, что  $|\rho| \geq 3$ , не более чем одно простое число из  $\rho$  делит произведение  $|K| \cdot |\bar{G}/S|$ . В частности,  $t(S) \geq t(G) - 1$ .

(3) Каждое простое число  $r \in \pi(G)$ , несмежное в  $GK(G)$  с числом 2, не делит произведение  $|K| \cdot |\bar{G}/S|$ . В частности,  $t(2, S) \geq t(2, G)$ .

В [30, теорема 1] было показано, что для произвольной конечной группы  $G$ , удовлетворяющей условиям  $t(G) \geq 3$  и  $t(2, G) \geq 2$ , выполнены утверждения (1) и (2) теоремы 2.1. При этом утверждение (3) также выполнено, если группа  $S$  отлична от  $Alt_7$  и  $A_1(q)$ . Таким образом, для доказательства теоремы 2.1 необходимо показать, что для групп, изоспектральных конечным простым группам, исключений не возникает. Случай  $S = Alt_7$  был разобран автором ранее в [35]. В диссертации показано, что в случае  $S = A_1(q)$  утверждение (3) также справедливо.

Теорема 2.1 получена в соавторстве с А.В. Васильевым и опубликована в [30].

**Глава 3.** Глава посвящена изучению распознаваемости знакопеременных групп. С использованием результатов [3, 9, 10, 12, 13, 16, 23], о которых говорилось ранее, доказывается, что при  $n > 5$  и  $n \neq 6, 10$  знакопеременная группа степени  $n$  распознаваема.

**Теорема 3.1.** *Пусть  $G$  — конечная группа такая, что  $\omega(G) = \omega(Alt_n)$ , где  $n \geq 5$ ,  $n \neq 6, 10$ . Тогда  $G$  изоморфна  $Alt_n$ .*

Эта теорема дает положительный ответ на вопрос 16.107 из Коуровской тетради [28]. Также, с учетом имеющихся результатов о группах  $Alt_6$  и  $Alt_{10}$ , из нее следует положительный ответ на вопрос 16.27. Более того, как указано в комментарии к вопросу 16.27, из теоремы 3.1 и [5, следствие 7.3] вытекает следующее утверждение.

**Теорема 3.2.** *Пусть  $L$  — конечная неабелева простая группа и  $G$  — конечная группа такая, что  $\omega(G) = \omega(L)$ . Тогда  $G$  имеет не более одного неабелева композиционного фактора. Более того, если группа  $L$  отлична от групп  $A_2(3)$ ,  ${}^2A_2(3)$ ,  $C_2(3)$ , то группа  $G$  имеет ровно один неабелев композиционный фактор.*

Теоремы 3.1 и 3.2 получены автором лично, опубликованы в [34].

**Глава 4.** В главе доказывается, что группы  $C_3(4)$  и  $D_4(4)$  распознаваемы, и тем самым завершается исследование проблемы распознаваемости для всех конечных простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 17.

**Теорема 4.1.** *Конечные простые группы  $C_3(4)$  и  $D_4(4)$  распознаваемы.*

**Следствие.** *Для всех конечных неабелевых простых групп,*

простые делители порядков которых не превосходят 17, значение  $h(G)$  известно.

Теорема 4.1 получена автором лично, опубликована в [32].

**Глава 5.** В главе доказывается справедливость гипотезы Томпсона для групп  ${}^2A_3(5)$ ,  ${}^2A_3(4)$ ,  $C_3(4)$ ,  $D_4(4)$ ,  $Alt_{16}$ .

**Теорема 5.1.** *Гипотеза Томпсона верна для конечных простых групп  ${}^2A_3(5)$ ,  ${}^2A_3(4)$ ,  $C_3(4)$ ,  $D_4(4)$ ,  $Alt_{16}$ .*

Вместе с результатом А.В. Васильева [7] эта теорема дает следующее утверждение.

**Следствие.** *Гипотеза Томпсона справедлива для всех конечных неабелевых простых групп со связным графом простых чисел, простые делители порядков которых не превосходят 17.*

Теорема 5.1 получена автором лично, опубликована в [33].

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю профессору Андрею Викторовичу Васильеву. Автор также выражает свою признательность кандидату физико-математических наук Александру Александровичу Бутурлакину за поддержку в процессе работы над диссертацией.

## Литература

- [1] *Алеева М.Р.* О конечных простых группах с множеством порядков элементов как у группы Фробениуса или двойной группы Фробениуса // Матем. заметки. 2003. Т. 73, № 3. С. 323–339.
- [2] *Аханджиде Н.* О гипотезе Томпсона для некоторых простых групп со связным графом простых чисел // Алгебра и логика. 2012. Т. 51, № 6. С. 683–721.
- [3] *Вакула И.А.* О строении конечных групп, изоспектральных знакопеременной группе // Тр. ИММ УрО РАН. 2010. Т. 16, № 3. С. 45–60.
- [4] *Васильев А.В.* О распознавании всех конечных неабелевых простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 13 // Сиб. матем. журн. 2005. Т. 46, № 2. С. 315–324.
- [5] *Васильев А.В., Вдовин Е.П.* Критерий смежности в графе простых чисел конечной простой группы // Алгебра и логика. 2005. Т. 44, № 6. С. 682–725.
- [6] *Васильев А.В.* О связи между строением конечной группы и свойствами ее графа простых чисел // Сиб. матем. журн. 2005. Т. 46, № 3. С. 511–522.
- [7] *Васильев А.В.* О гипотезе Томпсона // Сиб. электрон. матем. изв. 2009. Т. 6. С. 457–464.
- [8] *Васильев А.В., Гречкосеева М.А., Мазуров В.Д.* Характеризация конечных простых групп спектром и порядком // Алгебра и логика. 2009. Т. 48, № 6. С. 685–728.
- [9] *Заварницин А.В.* Распознавание по множеству порядков элементов знакопеременных групп степени  $r+1$  и  $r+2$  для простого  $r$  и группы степени 16 // Алгебра и логика. 2000. Т.39, № 6. С. 648–661.
- [10] *Заварницин А.В., Мазуров В.Д.* О порядках элементов в накрытиях симметрических и знакопеременных групп // Алгебра и логика. 1999. Т. 38, № 3. С. 296–315.
- [11] *Кондратьев А.С.* О компонентах графа простых чисел для конечных простых групп // Мат. сборник. 1989. Т. 180, № 6. С. 787–797.

- [12] *Кондратьев А.С., Мазуров В.Д.* Распознавание знакопеременных групп простой степени по порядкам их элементов // Сиб. мат. журн. 2000. Т. 41, № 2. С. 360–371.
- [13] *Мазуров В.Д.* Распознавание конечных групп по множеству порядков их элементов // Алгебра и логика. 1998. Т. 37, № 6. С. 651–666.
- [14] *Мазуров В.Д.* Группы с заданным спектром // Известия Уральского государственного университета, Математика и механика. 2005 Т. 36, № 7. С. 119–138.
- [15] *Ahanjideh N.* On Thompson’s conjecture for some finite simple groups // J. Algebra. 2011. V. 344. P. 205–228.
- [16] *Brandl R., Shi W.J.* Finite groups whose element orders are consecutive integers // J. Algebra. 1991. V. 143, N 2. P. 388–400.
- [17] *Chen G.Y.* On Thompson’s conjecture // J. Algebra. 1996. V. 185. P. 396–404.
- [18] *Conway J.H., Curtis R.T., Norton S.P., Parker R.A., Wilson R.A.* Atlas of finite groups // Oxford: Clarendon Press, 1985.
- [19] *Grechkoseeva M. A., Shi W. J., Vasil’ev A. V.* Recognition by spectrum of finite simple groups of Lie type // Front. Math. China. 2008. V. 3, N 2. P. 275–285.
- [20] *Higman G.* Finite groups in which every element has prime power order // J. London Math. Soc. 1957. V. 32. P. 335–342.
- [21] *Lucido M.S., Moghaddamfar A.R.* Groups with complete prime graph connected components // J. Group Theory. 2004. V. 7, N 3. P. 373–384.
- [22] *Mazurov V. D.* Characterizations of groups by arithmetic properties // Algebra Colloquium. 2004. V. 11, N 1. P. 129–140.
- [23] *Shao Ch., Jiang Q.* A new characterization of  $A_{22}$  by its spectrum // Comm. Algebra. 2010. V. 38, N 6. P. 2138–2141.
- [24] *Shi W.* A characteristic property of  $A_5$  // J. Southwest-Chine Teachers Univ. 1986. V. 3. P. 11–14 (in Chinese).
- [25] *Shi W.* A characteristic property of  $PSL_2(7)$  // J. Austral. Math. Soc. (Ser. A). 1984. V. 36, N 3. P. 354–356.

- [26] *Shi W.* The characterization of the sporadic simple groups by their element orders // Algebra Colloq. 1994. V. 1, N 2. P. 159–166.
- [27] *Suzuki M.* On a class of doubly transitive groups // Ann. Math. 1962. V. 75. P. 105–145.
- [28] Unsolved Problems in Group Theory: the Kourovka Notebook, eds. E.I. Khukhro and V.D. Mazurov, 16th edition, Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk. 2006.
- [29] *Williams J.S.* Prime graph components of finite groups // J. Algebra. 1981. V. 69, N 2. P. 487–513.

### Работы автора по теме диссертации

- [30] *Васильев А.В., Горшков И.Б.* О распознавании конечных простых групп со связным графом простых чисел // Сиб. матем. журн. 2009. Т. 50, № 2. С. 292–299.
- [31] *Васильев А.В., Горшков И.Б., Гречкосеева М.А., Кондратьев А.С., Старолетов А.М.* О распознаваемости по спектру конечных простых групп типов  $B_n$ ,  $C_n$  и  ${}^2D_n$  при  $n = 2^k$  // Тр. ИММ УрО РАН. 2009. Т. 15, № 2. С. 58–73.
- [32] *Горшков И.Б.* Распознавание по спектру конечных простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 17 // Сибирские электронные математические известия. 2010. Т. 7. С. 14–20.
- [33] *Горшков И.Б.* О гипотезе Томпсона для простых групп со связным графом простых чисел // Алгебра и логика. 2012. Т. 51, № 2. С. 168–192.
- [34] *Горшков И.Б.* Распознаваемость знакопеременных групп по спектру // Алгебра и логика. 2013. Т. 52, № 1. С. 57–63.
- [35] *Горшков И.Б.* О группах с композиционным фактором, изоморфным знакопеременной группе степени 7 // Алгебра и теория моделей, из-во НГТУ, Новосибирск. 2007. Т. 6. С. 21–38.
- [36] *Горшков И.Б.* О группах с композиционным фактором, изоморфным знакопеременной группе степени 7 // Международная научная студенческая конференция, Новосибирск, 2007. С. 7–8.

- [37] *Горшков И.Б.* О распознаваемости конечных простых групп по спектру // Международная научная студенческая конференция, Новосибирск, 2008. С. 6–7.
- [38] *Горшков И.Б.* О распознаваемости всех конечных простых групп, простые делители порядков которых не превосходят 17 // VII международная школа-конференция по теории групп, Челябинск, 2008. С. 38–40.
- [39] *Горшков И.Б.* О характеристике по множеству размеров классов сопряженных элементов конечных простых групп  ${}^2A_3(5)$ ,  ${}^2A_3(4)$ ,  $C_3(4)$ ,  $D_4(4)$  // Лобачевские чтения, Казань, 2009. С. 180–182.
- [40] *Горшков И.Б.* Об одной гипотезе Томпсона // VIII международная школа-конференция по теории групп, Нальчик, 2010. С. 68–70.
- [41] *Горшков И.Б.* О характеристике по множеству размеров классов сопряженных элементов конечной простой группы  $Alt_{p+3}$  // Лобачевские чтения, Казань, 2011. С. 80.
- [42] *Горшков И.Б.* Распознаваемость по спектру знакопеременных групп // XI Белорусская математическая конференция, Минск, 2012. С. 20.

Горшков Илья Борисович

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ  
КОНЕЧНЫХ ПРОСТЫХ ГРУПП**

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Подписано в печать 27.09.2013  
Усл. печ. л. 1.0. Уг.-изд.п. 1,0.  
Заказ №100

Формат 60 x 84 1/16

Тираж 100 экз.

---

Отпечатано в ООО «Омега Принт»  
630090, Новосибирск, пр. Лаврентьева, 6