

*На правах рукописи*

Трубачева Анна Евгеньевна

**ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ  
ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ  
И СХЕМ НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ  
НА ПОВЕДЕНИЕ ИНВЕСТОРА**

Специальность 01.01.09 — дискретная математика и математическая  
кибернетика

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Новосибирск

2006

Работа выполнена на кафедре математической экономики  
Новосибирского государственного университета

Научные руководители:  
доктор физико-математических наук, профессор  
Валерий Александрович Васильев,  
кандидат технических наук, старший научный сотрудник  
Сергей Матвеевич Анцыз

Официальные оппоненты:  
доктор физико-математических наук Николай Павлович Дементьев,  
кандидат технических наук Рудольф Михайлович Ларин

Ведущая организация:  
Новосибирский государственный университет экономики  
и управления

Защита состоится 23 августа 2006 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 003.015.01 в Институте математики им. С. Л. Соболева СО РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, пр-т Коптюга, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН.

Автореферат разослан "\_\_\_" июля 2006 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
д. ф.-м.н. Ю. В. Шамардин

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы.** Проблема оптимизации управления производством в разных экономических ситуациях является одной из наиболее важных в теории управления сложными системами. Ввиду актуальности данной проблемы ее изучению посвящены труды многих исследователей. Среди них следует отметить работы Л. В. Канторовича, В. Л. Макарова, А. А. Петрова, С. А. Ашманова, В. А. Васильева, Н. П. Дементьева, Б. С. Митягина, И. Г. Поспелова, Ф. Рамсея, Р. Солоу, Е. Фелпса, Г. Хотелинга, А. А. Шананина и других.

Первые математические формулировки правил накопления, определяющих доли потребления и инвестиций, появились в 20-х годах прошлого столетия в работах [1] и [2]. В этих работах, а также в [3]-[5], с помощью аппарата оптимального управления изучаются модели, основанные на вогнутых производственных функциях (в частности, неоклассических). Подобные функции возникают и при моделировании экономической динамики с помощью аппарата математического программирования, а также балансовых уравнений, например в [6]-[9]. Требование вогнутости довольно естественно, но не отражает ряда существующих в экономике реалий. Поэтому важно исследовать новые классы возмущенных производственных функций.

Для того, чтобы определить, какая из схем налогообложения наиболее способствует росту производства, необходимо получение для каждой из них соответствующих правил накопления. Из математических исследований проблем инвестиций в производство и налогообложения отметим работы Г. С. Поспелова, С. М. Анциза, Е. В. Балацкого, В. Д. Маршака, С. М. Мовшовича, Э. О. Рапопорта, Л. Е. Соколовского и других.

При изучении иерархической системы государство-инвестор(глава предприятия)-производство нужно согласовывать интересы государства и налогоплательщиков. Для этого необходимо одновременно решать две задачи: для инвестора — проблему *потребление-инвестирование*, а для государства — задачу роста налоговых поступлений.

Следовательно, является актуальным исследование трехуровневой системы государство-инвестор-производство с целью решения проблемы распределения доходов от производства между потреблением, инвестициями и помехами в виде налогов, когда доходы моделируются различными производственными функциями. Актуальность темы дис-

сертации подтверждается также тем, что на протяжении последних лет данная тема активно исследуется [5], [9]-[11].

**Целью работы** является сравнительный анализ параметров функционирования иерархической системы государство-инвестор-производство при различных формах налогообложения и разных видах производственной функции, доказательство теорем о магистральном поведении инвестора и рациональном поведении государства.

**Научная новизна.** Все результаты диссертации являются новыми и обоснованы подробными доказательствами. Основными результатами диссертации являются следующие:

1. доказана независимость оптимальной структуры управления иерархической системой от схемы налогообложения;
2. найдено оптимальное значение доли инвестиций при едином пропорциональном и прогрессивном налогах;
3. получены правила накопления для аддитивных и мультипликативных возмущенных производственных функций;
4. найдено оптимальное значение доли инвестиций для случая аддитивного возмущения производственной функции, т.е. даже в случае возмущенной производственной функции, не являющейся неоклассической ( $f''(k)$  может менять знак), т.е. квазинеоклассической, получена аналогичная структура управления, что и в невозмущенном случае;
5. найдены новые свойства решения двухуровневой задачи оптимизации для системы государство-инвестор-производство при плоской и прогрессивной шкалах налогообложения.

#### **Методы исследования.**

В работе использовались понятия и методы теории исследования операций, теории оптимального управления, функционального анализа, теории дифференциальных уравнений, математической экономики, а также новые методы оптимизации функционирования систем с иерархией в управлении.

**Практическая ценность** данной работы состоит в возможности использования полученных результатов для разработки научных основ формирования бюджетов при различных условиях экономического состояния государства.

**Апробация работы.** Результаты диссертации были изложены на объединенном семинаре кафедры математической экономики и кафедры теоретической кибернетики НГУ, на семинаре математико-экономического отдела Института математики СО РАН, а также на следующих конференциях: МНСК “Студент и научно-технический про-

гресс” (Новосибирск, 2001-2005 гг.); Международная конференция YM (Новосибирск, 2001, 2002, 2004 гг., Красноярск, 2003 г., Кемерово, 2005 г.); Всероссийская конференция DAOR (Новосибирск, 2002, 2004 гг.); Всероссийская конференция “Проблемы оптимизации и экономические приложения” (Омск, 2003, 2006 гг.); Международная школа-семинар “Методы оптимизации и их приложения” (Иркутск, 2005 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 19 работ, среди которых 3 препримта и 13 тезисов.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения, содержит 150 стр. и список литературы из 107 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** отмечена актуальность исследуемой темы, дается обзор и краткий анализ существующих подходов и методов в исследованиях, связанных с темой диссертации, ставятся цели и задачи исследования, изложено краткое содержание работы.

**Первая глава** посвящена изучению влияния различных схем налогообложения на построение правил накопления, соответствующих этим схемам.

Раздел 1.1 посвящен построению базовой математической модели функционирования системы государство-инвестор-производство, включающей объем  $L$  трудовых ресурсов, инвестора и государство, облагающее налогом  $N(t)$  доход  $Y(t)$  инвестора. Пусть ставка налогообложения задается функцией  $\rho(Y)$ , вид которой зависит от схемы налога. Предполагается, что развитие экономики подчиняется условиям:

$$\left. \begin{array}{l} Y(t) = N(t) + C(t) + I(t), \\ N(t) = \rho(Y(t)), \quad C(t) = (1 - \rho(Y))(1 - s(t))Y(t), \\ I(t) = (1 - \rho(Y))s(t)Y(t), \quad 0 \leq s(t) \leq 1, \quad 0 \leq \rho(Y) \leq 1, \end{array} \right\} \quad (1)$$

где  $C(t)$  — объем потребления,  $I(t)$  — величина инвестиций,  $s(t)$  — доля инвестиций в доходе.

**Определение 1.1.** Система называется *фискально лояльной*, если государство направляет часть налогов на инвестиции.

Обозначим через  $K(t)$  объем основных фондов. В первой главе рассматриваются производственные функции  $Y = F(K, L)$ , удовлетворяющие требованиям гладкости, однородности (1-й степени), условиям

$\frac{\partial F}{\partial K} > 0$ ,  $\frac{\partial F}{\partial L} > 0$ ,  $\frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$ ,  $\frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$ ,  $K, L > 0$  и ограничениям на вид функции  $K(t)$ :

$$\dot{K}(t) = (1 - \rho(Y))s(t)F(K(t), L) - \mu K(t) + \rho(Y)F(K(t), L)\lambda, \quad (2)$$

$$\frac{K(T)}{L} \geq k_T > 0, \quad (3)$$

где  $\mu > 0$  — темп амортизации фондов,  $0 \leq \lambda \leq 1$  — доля налога, направляемая на инвестиции,  $k_T$  — нижняя граница фондовооруженности в момент времени  $T$ . Предполагается, что трудовые ресурсы неизменны в течение всего рассматриваемого промежутка времени.

Переходя к новым переменным, задачу оптимизации поведения инвестора записываем следующим образом: для заданных  $\rho(f), \lambda \in [0, 1]$  максимизировать функционал

$$\int_0^T (1 - \rho(f))(1 - s(t))f(k(t))e^{-\delta t} dt \quad (4)$$

при ограничениях

$$\dot{k}(t) = (1 - \rho(f))s(t)f(k(t)) - \mu k(t) + \rho(f)f(k(t))\lambda, \quad (5)$$

$$0 \leq s(t) \leq 1, \quad (6)$$

$$k(0) = k_0 > 0, \quad k(T) \geq k_T > 0, \quad (7)$$

где  $\delta > 0$  — константа дисконтирования,  $k(t) = \frac{K(t)}{L}$  — фондовооруженность,  $f(k) = F(\frac{K}{L}, 1)$ ,  $\rho(f)$  — ставка налогообложения. Функция  $f(k)$  является неоклассической, т.е. выполняются условия:  $f' > 0, f'' < 0, f(0) = 0, \lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = \infty, \lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \infty, \lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = 0$ .

**Определение 1.4.** Форма налогообложения называется *рациональной*, если выполняется неравенство  $k_s \leq k_{tax}^s$ , где  $k_s$  — фондовооруженность в ситуации без налога при заданном значении  $s$ , являющаяся стационарным решением уравнения (5) при  $\rho(f) \equiv 0$ ,  $k_{tax}^s$  — стационарное решение уравнения (5) при том же значении  $s$  и фиксированной схеме налогообложения.

В задаче (4)-(7) определяется функция  $s(t)$ , максимизирующая функционал (4) потребления инвестора.

*Наилучшим стационарным значением фондоооруженности* для производственной функции  $f$  называется такое число  $k^*$ , что в точке  $(k^*, f(k^*))$  касательная к графику функции  $f$  параллельна прямой  $\mu k$  и лежит выше всех других касательных к этому графику, параллельных прямой  $\mu k$ .

В разделе 1.2 приведена схема получения оптимальной величины  $s^*$  для стационарных траекторий, соответствующей наилучшему стационарному значению фондоооруженности  $k^*$ , в отсутствии налога (т.е. при  $\rho(f) = 0$ ).

В разделах 1.3 и 1.4 рассматривается влияние единого пропорционального налога ( $\rho(f) = \chi$ ) на поведение инвестора.

Решая задачу (4)-(7) с помощью принципа максимума Л. С. Понтрягина, получаем

$$\begin{cases} s(t) = 1, & \text{если } q > 1, \\ s(t) = 0, & \text{если } q < 1, \\ s(t) \in [0, 1], & \text{если } q = 1, \end{cases} \quad (8)$$

где  $q = \psi e^{\delta t}$ ,  $\psi(t)$  — сопряженная функция. Исследовав фазовые траектории на плоскости  $(k, q)$ , рассматривая специальные не особые траектории, находим величины  $T_i$  — время прохождения  $i$ -ой траектории. Положим  $T_0 = \max\{T_i\}$ .

Будем говорить, что задача оптимизации имеет *усеченную* область допустимых траекторий, если все траектории данной области не имеют особых режимов управления. В противном случае будем говорить о задаче с *неусеченной* областью допустимых траекторий.

**Теорема 1.1 (о поведении инвестора).** *Пусть в фискально лояльной системе задача планирования (4)-(7) с дополнительными условиями  $f(k) \in C^3, f''' > 0$  и  $\rho(f) = \chi = \text{const} \neq 1$ , имеет неусеченную область допустимых траекторий. Пусть также промежуток планирования  $T$  достаточно велик ( $T > T_0$ ) и имеет место ограничение  $\chi \lambda f(k^*) < \mu k^* < (1 - \chi + \chi \lambda) f(k^*)$ . Тогда в задаче (4)-(7) существует особое оптимальное управление  $s(t)$  и моменты времени  $T^*, T^{**}$  ( $0 \leq T^* \leq T^{**} \leq T$ ), для которых выполнены условия: в начале периода ( $0 \leq t \leq T^*$ ) и в конце ( $T^{**} \leq t \leq T$ ) значение  $s(t)$  равно либо 0, либо 1. Все остальное время  $s(t) = s^* = (\mu k^* - \chi \lambda f(k^*))/((1 - \chi) f(k^*))$ , где  $k^*$  — решение уравнения  $f'(k) = (\delta + \mu)/(1 - \chi + \chi \lambda)$ .*

В разделе 1.5 рассматривается модель поведения инвестора при прогрессивном налоге, получено правило накопления для этой модели.

В разделе 1.6 предложена схема прогрессивного налога с постоянной скоростью изменения ставки налогообложения  $\rho(Y) = \chi_1 Y(t)$  и получено соответствующее правило накопления.

В разделе 1.7 для плоской и прогрессивной шкал налогообложения доказано следующее утверждение.

**Теорема 1.2 (о верхнем уровне управления).** *Пусть в модели (4)-(7) фискально лояльной системы производственная функция  $f(k)$  неоклассическая, функция  $\rho(f)$  — одна из рассмотренных в разделах 1.3, 1.5 функций. Тогда для рациональности указанных форм налогообложения необходимо и достаточно, чтобы доля налога  $\lambda$ , направляемая на дотации производству, была не меньше, чем доля дохода  $s$ , идущая на инвестиции, т.е.  $0 \leq s \leq \lambda \leq 1$  независимо от рассматриваемых типов функций  $\rho(f)$ .*

Во второй главе рассматриваются новые виды производственных функций — возмущенные.

Раздел 2.1 посвящен построению базовых математических моделей, в которых  $\rho(f) = 0$ , функционал в (4) заменяется на

$$\int_0^T (1 - s(t)) \tilde{f}(k(t)) e^{-\delta t} dt, \quad (9)$$

а ограничение (5) — на условие

$$\dot{k}(t) = s(t) \tilde{f}(k(t)) - \mu k(t). \quad (10)$$

Рассматриваются два вида возмущения:  $\tilde{f}(k) = f(k) + \tau(k)$  (аддитивное) и  $\tilde{f}(k) = f(k)(1 + \tau(k))$  (мультипликативное), где  $f(k)$  — неоклассическая функция,  $\tau(k) \in C^1$ .

В разделах 2.2–2.4 исследуется аддитивная модель возмущения производственной функции. Так как в многоэкстремальной задаче (9), (10), (6), (7) в качестве меры устойчивости принимается уровень гарантирования условия  $k(T) \geq k_T > 0$ , то можно использовать предложенный метод нахождения максимальной величины наилучшей стационарной фондооруженности  $k^*$ .

**Определение 2.1.** Функция  $\tilde{f}(k) = f(k) + \tau(k)$  называется *аддитивно слабо возмущенной*, если  $f(k)$  — неоклассическая функция и возмущение  $\tau(k)$  мало, т.е.  $\|\tau\|_{C^1} \leq \zeta$  для  $0 < \zeta \ll 1$  и  $\tau(0) = 0$ .

**Определение 2.3.** Стратегия инвестора  $s(t), t \in [0, T]$  — это доля его дохода от производства, направленная на развитие данного производства.

Для аддитивной модели возмущения получено правило накопления и доказана теорема о магистрали.

**Теорема 2.2.** Пусть стратегия инвестора определяется из условия стационарности решения задачи (9), (10), (6), (7), в которой  $\tilde{f}(k)$  — аддитивно слабо возмущенная функция,  $\tau(k) \in C^1$ . Тогда оптимальная стратегия инвестора имеет вид

$$s^* = \frac{\mu k_{add}^*}{\tilde{f}(k_{add}^*)},$$

где  $k_{add}^*$  — максимальное среди наилучших стационарных значений фондоооруженности.

**Теорема 2.3.** Пусть в задаче планирования (9), (10), (6), (7) функция  $\tilde{f}(k)$  является аддитивно слабо возмущенной, где  $\tau(k) \in C^2$ ,  $\|\tau(k)\|_{C^2} < \zeta$ ,  $0 < \zeta \ll 1$ . Пусть в рассматриваемой задаче существуют допустимые траектории и промежуток планирования  $T$  достаточно велик ( $T > T_0$ ). Пусть также существует максимальный элемент  $k_{max}^{**}$  в множестве  $\{k_i^*, i \in I\} \cap (0, k_{min})$ , где  $k_i^*$  — решения уравнения  $f'(k) = \delta + \mu - \tau'(k)$ ,  $k_{min}$  — минимальное из решений уравнения  $f(k) = \mu k - \tau(k)$ ,  $I$  — некоторое индексное множество. Тогда справедливы следующие утверждения.

- 1) Существует по крайней мере одна оптимальная стратегия распределения дохода на потребление и инвестиции.
- 2) Оптимальное управление  $s(t)$  имеет следующий вид: в начале периода ( $0 \leq t \leq T^*$ ) и в конце ( $T^{**} \leq t \leq T$ ) выполнено  $s(t) \in \{0, 1\}$ , а все остальное время ( $T^* \leq t \leq T^{**}$ ) имеет место  $s(t) = s^* = \frac{\mu k_{max}^{**}}{f(k_{max}^{**}) + \tau(k_{max}^{**})}$ .

В разделе 2.5 исследуется мультипликативная модель возмущения производственной функции.

**Определение 2.2.** Функция  $\tilde{f}(k) = f(k)(1 + \tau(k))$  называется слабо возмущенно вогнутой, если  $f(k)$  — неоклассическая функция и возмущение  $\tau(k)$  мало, т.е.  $\|\tau\|_{C^1} \leq \zeta$  для  $0 < \zeta \ll 1$  и  $\tau(0) = 0$ .

**Теорема 2.4.** Пусть распределение дохода на потребление и инвестиции определяется из условия стационарности решения задачи (9), (10), (6), (7),  $\tilde{f}(k)$  — слабо возмущенно вогнутая функция и  $\tau(k) \in C^1$ . Тогда оптимальная стратегия инвестора определяется по правилу

$$s^* = \frac{\mu k_{mult}^*}{\tilde{f}(k_{mult}^*)},$$

где  $k_{mult}^*$  — максимальное среди наилучших стационарных значений фондоооруженности.

Раздел 2.6 иллюстрирует теоретические выводы разделов 2.2 и 2.5 на примере реальной модели функционирования одного машиностроительного объединения, данные о котором взяты из [12].

Приведены примеры аддитивно слабо возмущенной функции  $\tilde{f}_1(k) = a_\varepsilon \sqrt{k} + \varepsilon^2 \sin \frac{k}{\varepsilon}$  и слабо возмущенно вогнутой функции  $f_2(k) = a_\varepsilon \sqrt{k}(1 + \varepsilon^2 \sin \frac{k}{\varepsilon})$ , оптимальная доля  $s^*$  для которых существенно больше оптимальной доли, соответствующей невозмущенной функции  $f(k) = a\sqrt{k}$ , где  $0 < \varepsilon \ll 1$ ,  $a, a_\varepsilon > 0$  — некоторые коэффициенты.

**Третья глава** посвящена исследованию моделей, введенных в разделах 1.3 и 1.6.

В разделе 3.1 сформулирована двухуровневая задача оптимизации, базирующаяся на модели (4)-(7), в которой  $\rho(f) = \chi_1 f$ , где  $\chi_1$  — постоянная скорость роста ставки налогообложения.

Условия (1) в этой модели принимают вид

$$\left. \begin{aligned} Y(t) &= N(t) + C(t) + I(t), & N(t) &= \chi_1 Y^2(t), \\ C(t) &= (1 - s(t))(1 - \chi_1 Y(t))Y(t), & I(t) &= s(t)(1 - \chi_1 Y(t))Y(t), \\ 0 \leq s(t) \leq 1, & 0 \leq \chi_1 Y(t) \leq 1. \end{aligned} \right\} (11)$$

Условие (5) выглядит следующим образом:

$$\dot{k}(t) = s(t)f(k(t)) + \chi_1 f^2(k(t))(\lambda - s(t)) - \mu k(t). \quad (12)$$

Двухуровневость модели заключается в том, что в интересах государства требуется максимизировать по  $\chi_1$  функционал

$$\int_0^T N(t)e^{-\delta t} dt, \quad (13)$$

задавая инвестору величину  $\chi_1$  и получая от инвестора оптимальное значение  $s(t)$ , которое определяется в результате максимизации инвестором удельного потребления

$$\int_0^T (1 - s(t))(f(k(t)) - \chi_1 f^2(k(t)))e^{-\delta t} dt. \quad (14)$$

Разделы 3.2–3.4 посвящены решению оптимизационной задачи инвестора, раздел 3.5 — исследованию задачи государства максимизации налоговых поступлений в бюджет при найденном оптимальном поведении инвестора. Задача инвестора состоит в выборе функции  $s(t) = s(t, \chi_1)$ , максимизирующей функционал (14) при ограничениях (12), (6), (7) и фиксированном значении параметра  $\chi_1$ . Задача государства — максимизировать функционал (13) при условии, что доля дохода  $s(t)$  в (11), (12) определяется в результате решения задачи инвестора.

Оптимальная стратегия инвестора определяется в этой модели следующим утверждением.

**Теорема 3.1 (о поведении инвестора).** *Пусть при прогрессивном налоге с постоянной скоростью роста ставки налогообложения задача (14), (12), (6), (7) в фискально лояльной системе имеет неусеченную область допустимых траекторий. Пусть  $T > T_0$  и имеет место ограничение  $\chi_1 \lambda f^2(k^*) < \mu k^* < f(k^*)[1 - \chi_1 f(k^*)(1 - \lambda)]$ . Тогда в задаче (14), (12), (6), (7) существует особое оптимальное управление  $s(t)$ , которое в начале периода ( $0 \leq t \leq T^*$ ) и в конце периода ( $T^{**} \leq t \leq T$ ) принимает значения 0 или 1, а все остальное время ( $T^* \leq t \leq T^{**}$ ) — одно и то же значение, определяемое формулой*

$$s(t) = s^* = \frac{\mu k^* - \chi_1 \lambda f^2(k^*)}{f(k^*) - \chi_1 f^2(k^*)},$$

где  $k^*$  находится из условия  $f'(k)[1 - 2\chi_1(1 - \lambda)f(k)] = \delta + \mu$ .

Для различных неоклассических функций вида  $f(k) = ak^b$ , где  $a > 0$ ,  $0 < b < 1$ , приведены примеры экономических ситуаций, в которых, при выполнении найденных в работе условий существования особых оптимальных траекторий, функции налоговых поступлений в бюджет (кривая Лаффера при едином пропорциональном и кривая “типа Лаффера” при прогрессивном налогообложении) возрастают с ростом  $\chi$  и  $\chi_1$ , соответственно, до некоторой величины  $\chi^{opt}$  ( $\chi_1^{opt}$ ), а далее убывают.

Отметим, что другими авторами (см., например, [10]) кривая Лаффера рассматривалась как функция от ставки налогообложения, а кривая “типа Лаффера” является функцией от скорости роста ставки налогообложения. Рассмотрение кривых “типа Лаффера” обосновано тем, что лафферов эффект (существование оптимального уровня налогообложения) имеет место, если в качестве аргумента рассматривается не сама ставка, а *скорость* ее роста.

Из проведенного в диссертации исследования верхнего уровня управления при едином пропорциональном налоге следует, что существуют реальные для экономики параметры, при которых эффект Лаффера реализуется в явном виде (существует максимум функции, аргументом которой является *ставка* налогообложения).

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертации.

1. Установлена независимость оптимальной структуры управления иерархической системой от схемы налогообложения. Исследовано поведение инвестора при различных схемах налогообложения и вогнутой производственной функции, получены новые правила накопления для рассмотренных схем.

2. Доказана магистральная теорема, позволяющая определить оптимальное значение доли инвестиций в случае единого пропорционального налога.

3. Исследовано поведение инвестора при возмущении функции производства. Показано, что даже слабые возмущения могут потребовать значительных дополнительных затрат на инвестиции для устойчивости производственного процесса.

4. Для аддитивной модели возмущения производственной функции получено правило накопления и доказана теорема о магистрали, определяющая оптимальное значение доли инвестиций. Тем самым, даже в случае квазинеоклассических производственных функций показано существование особого оптимального режима управления.

5. Доказана магистральная теорема об оптимальном значении доли инвестиций для нижнего уровня управления в двухуровневой задаче при прогрессивном налогообложении.

6. Приведены примеры для плоской и прогрессивной шкал налогообложения, показывающие, что существуют ситуации, для которых в двухуровневой задаче оптимизации налоговой ставки существует нетривиальное оптимальное решение.

## Список литературы

- [1] *Ramsey F.P.* A mathematical theory of savings // Economic J. 1928. Vol. 38. P. 543–559.
- [2] *Hotelling H.* The economics of exhaustible resources // J. of Political Economy. 1931. Vol. 39, № 2, Apr. P. 137–175.
- [3] *Митягин Б.С.* Заметки по математической экономике // Успехи математических наук, 1972. Т. XXVII, в. 3. С. 3–19.
- [4] *Ашманов С.А.* Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
- [5] *Дементьев Н.П.* Модели экономического роста с классовой дифференциацией сбережений // Системное исследование экономических процессов в России. Сб. науч. тр. ИЭОПП СО РАН, 2004. С. 51–74.
- [6] *Канторович Л.В.* Динамическая модель оптимального планирования // Оптимальное планирование, 1967. В. 8. С. 3–22.
- [7] *Макаров В.Л., Васильев В.А., Козырев А.Н., Маракулин В.М.* О некоторых проблемах и результатах современной математической экономики // Оптимизация, 1982. В. 30(47). С. 5–86.
- [8] *Вирченко М.И., Рапопорт Э.О.* О влиянии земельного налога на стимулы производства // Сибирский вестник сельскохозяйственной науки, 1997. № 1–2. С. 103–108.
- [9] *Петров А.А., Шананин А.А.* Математическая модель для оценки эффективности одного сценария экономического роста // Математическое моделирование, 2002. Т. 14, № 7. С. 27–52.
- [10] *Балацкий Е.В.* Инвариантность фискальных точек Лаффера // Мировая экономика и международные отношения, 2003. № 6. С. 62–71.
- [11] *Егорова Н. Е., Хачатрян С. Р.* Применение дифференциальных уравнений для анализа динамики развития малых предприятий, использующих кредитно-инвестиционные ресурсы // Экономика и мат. методы, 2006. Т. 42, № 1. С. 50–67.
- [12] *Аңцыз С.М., Донсков И.В., Маршак В.Д., Чупин В.Г.* Оптимизация системных решений в распределенных базах данных. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1990.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- [13] *Трубачева А.Е.* Поведение инвестора при различных формах налогообложения // Материалы XXXIX МНСК “Студент и научно-технический прогресс”. Математика, НГУ, 2001. С. 57–58.
- [14] *Трубачева А.Е.* Поведение инвестора при различных формах налогообложения // Материалы международной конференции YM'01. Новосибирск, 2001. С. 18–19.
- [15] *Трубачева А.Е.* О развитии экономики при некоторых формах налогообложения // Материалы всероссийской конференции DAOR'02. Новосибирск, 2002. С. 197.
- [16] *Трубачева А.Е.* Возмущенно вогнутые производственные функции // Материалы международной конференции YM'02. Новосибирск, 2002. С. 79.
- [17] *Трубачева А.Е.* О некоторых моделях возмущенной производственной функции // Материалы XLI МНСК “Студент и научно-технический прогресс”. Математика, НГУ, 2003. С. 95.
- [18] *Трубачева А.Е.* Эффект от возмущения производственной функции в модели Рамсея // Материалы всероссийской конференции “Проблемы оптимизации и экономические приложения”. Омск, 2003. С. 161.
- [19] *Трубачева А.Е.* Теорема о магистрали в случае возмущенных производственных функций // Материалы IV всероссийской конференции YM'03. Красноярск, 2003. С. 76–77.
- [20] *Трубачева А.Е.* Об одном примере возмущения экономической динамики // Материалы XLII МНСК “Студент и научно-технический прогресс”. Математика, НГУ, 2004. С. 120–121.
- [21] *Трубачева А.Е.* Новые модели поведения инвестора при различных формах налогообложения // Труды XLII МНСК “Студент и научно-технический прогресс”. НГУ, 2004. С. 176–180.
- [22] *Трубачева А.Е.* Математический анализ последствий возмущения производственных функций // Материалы всероссийской конференции DAOR'04. Новосибирск, 2004. С. 214.

- [23] Трубачева А.Е. Влияние возмущения производственной функции на поведение инвестора // Сибирский журнал индустриальной математики, 2004. Том VII, №3(19), июль–сентябрь. С. 156–169.
- [24] Трубачева А.Е. Магистральные теоремы, характеризующие развитие экономических систем // Материалы V всероссийской конференции YM'04. Новосибирск, 2004. С. 64–65.
- [25] Трубачева А.Е. Об одной модели прогрессивного налогообложения // Материалы XLIII МНСК “Студент и научно-технический прогресс”. Математика, НГУ, 2005. С. 125–126.
- [26] Трубачева А.Е. Исследование поведения инвестора при различных схемах налогообложения и разных видах производственной функции. Препринт ИМ СО РАН № 153, 2005. 40 с.
- [27] Трубачева А.Е. О поведении инвестора при линейно возрастающей ставке налогообложения. Препринт ИМ СО РАН № 156, 2005. 44 с.
- [28] Трубачева А.Е. Об оптимальности линейно возрастающей ставки прогрессивного налога // Равновесные модели экономики и энергетики: Труды XIII Байкальской международной школы-семинара “Методы оптимизации и их приложения”. Иркутск, 2005. С. 228–233.
- [29] Трубачева А.Е. Аддитивная модель возмущения производственной функции // Материалы VI всероссийской конференции YM'05. Кемерово, 2005. С. 53.
- [30] Трубачева А.Е. Исследование двух уровней управления сложной экономической системы. Препринт ИМ СО РАН № 168, 2006. 36 с.
- [31] Трубачева А.Е. Об особенностях оптимальной стратегии верхнего уровня управления в некоторой двухуровневой задаче // Материалы III всероссийской конференции “Проблемы оптимизации и экономические приложения”. Омск, 2006.

Трубачева Анна Евгеньевна

Влияние различных видов производственной функции  
и схем налогообложения на поведение инвестора

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

---

Подписано в печать 10.07.06. Формат 60 × 84 1/16. Печать офсетная.  
Уч.-изд. л. 1,0. Тираж 100 экз. Заказ №

---