На правах рукописи

Красицкая Анастасия Игоревна

ДЕЛИМЫЕ ПОЛИГОНЫ С ПРИМИТИВНО НОРМАЛЬНЫМИ И СТАБИЛЬНЫМИ ТЕОРИЯМИ

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Владивосток — 2021

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Дальневосточный федеральный университет».

Научный руководитель
доктор физико-математических наук, доцент **Степанова Алена Андреевна**

Официальные оппоненты:
Кожухов Игорь Борисович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники», профессор кафедры высшей математики № 1;
Рыбаков Владимир Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский федеральный университет», профессор кафедры алгебры и математической логики.

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет»

Защита состоися 26 ноября 2021 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д003.015.02 при Институте математики им.С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу: 630090, Новосибирск, пр. Акад. Коптюга, 4.
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук по адресу math.nsc.ru
Автореферат разослан «___» ____________ 2021 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета,
к.ф.-м.н., доцент Стукачев Алексей Ильич

Общая характеристика работы

Постановка задачи и актуальность темы диссертации.

Тема диссертационной работы относится к теоретико-модельной алгебре. Предметом исследования являются некоторые классы полигонов, при этом акцент делается на классы делимых полигонов. С помощью классических методов теории моделей, среди которых теория стабильности, различные теоретико-модельные конструкции, изучаются такие свойства этих классов, как примитивная нормальность, примитивная связность, стабильность и P-стабильность.

Полигоны над моноидами, т.е. множества, на которых действуют моноиды, встречаются в разных разделах математики и ее приложений. Например, всякая универсальная алгебра является полигоном над моноидом своих эндоморфизмов; всякий моноид является полигоном над собой. Полигонам посвящены работы [6, 7, 24]. Следует отметить, что полигон над моноидом является унарной алгеброй, так как умножение на элементы моноида можно рассматривать как унарные операции. Обратное тоже верно: любая унарная алгебра является полигоном над свободным моноидом с сигнатурными операциями в качестве свободных порождающих этого моноида. В частности, унар можно рассматривать как полигон над циклическим моноидом. В этом смысле работы, посвященные теоретико-модельным свойствам унаров, относятся к работам по теории моделей полигонов. Это работы А.А. Иванова [4], А.Н. Ряскина [16] и других.

В теории полигонов большое число исследований посвящено делимым полигонам, которые обобщают делимые группы. *Делимым* S-полигоном называется полигон над моноидом S (S-полигон) ${}_SA$, удовлетворяющий условию $cA = A$ для любого сократимого справа элемента $c \in S$. Понятие делимого S-полигона было введено Э. Феллером и Р. Гантос в работе [22]. Делимые расширения S-полигонов впервые были рассмотрены В. Гоулд в [23]. В этой же работе получена характеризация моноидов, над которыми все S-полигоны делимы [23].

Понятие нормальной теории было введено независимо А. Пиллайем и в неявной форме Е.А. Палютиным. При этом А. Пиллай исходил из нормальности теории любого модуля, а Е.А. Палютин — из нормальности произвольной стабильной хорновой теории. Примитивно связные теории являются по определению примитивно нормальными теориями. Эти теории достаточно близки к теории модулей. Вопросы примитивной нормальности классов всех S-полигонов, свободных, проективных, сильно плоских, регулярных S-полигонов изучаются в работах А.А. Степановой [17–19], Д.О. Птахова [14]. Вопросам примитивной связности посвящены работы А.А. Степановой [17, 20]. В [17] дается характеризация моноидов S таких, что класс всех S-полигонов примитивно нормален или примитивно связен. В [18] описывается строение S-полигонов с примитивно нормальной теорией. В диссертации вопросы примитивной нормальности и примитивной связности рассмотрены для класса делимых S-полигонов.

Понятие стабильной теории было введено С. Шелахом и явилось обобщением понятия тотально трансцендентной теории, введенного М. Морли. Для классов регулярных, проективных, сильно плоских S-полигонов вопросы стабильности, суперстабильности, ω-стабильности рассмотрены в работах Т.Г. Мустафина [1, 9, 10], В.С. Богомолова [1], А.В. Михалева [2, 8], Е.В. Овчинниковой [8], А.А. Степановой [2, 8], В. Гоулд [2]. В работе Т.Г. Мустафина [9] доказано, что теория любого S-полигона стабильна (суперстабильна) тогда и только тогда, когда S — линейно упорядоченный моноид (вполне упорядоченный моноид). В диссертации рассмотрены вопросы стабильности, суперстабильности, ω-стабильности для класса делимых S-полигонов.

Понятие P-стабильности является частным случаем обобщенной стабильности полных теорий [11]. Абелевы группы с P-стабильной теорий описаны в работе Е.А. Палютина [12]. В [15] М.А. Русалеев дает полное описание $(P, 1)$-стабильных теорий в терминах определимой интерпретируемости в теории языка одноместных предикатов. В работе Д.О. Птахова [13] рассмотрены S-полигоны с $(P, 1)$-стабильной теорией. Кроме того, доказано, что (P, s)-, (P, a)-, (P, e)-стабильность класса всех S-полигонов над моноидом S эквивалентна тому, что S — группа. В данной работе рассматриваются вопросы, связанные с P-стабильностью некоторых классов S-полигонов. В частности, получено описание моноида S, над которым классы свободных, проективных, сильно плоских, делимых, регулярных S-полигонов P-стабильны.

Цели и задачи данной работы заключаются в изучении строения моноидов с точки зрения теоретико-модельных свойств класса делимых S-полигонов над ними; исследование таких свойств класса делимых S-полигонов, как примитивная нормальность, примитивная связность, стабильнось, P-стабильность.

Методы исследования. В работе используются классические методы теории моделей такие, как теория стабильности, различные теоретико-модельные конструкции, а также методы теории S-полигонов.

Новизна и научная значимость работы. Результаты диссертации являются новыми и носят теоретический характер. Они могут быть использованы в теоретико-модельной алгебре, в теории S-полигонов, при чтении спецкурсов по теории моделей, написании учебных пособий и монографий.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Исследованы моноиды, над которыми класс делимых S-полигонов примитивно нормален или примитивно связен. Показано, что для произвольного моноида S класс делимых S-полигонов примитивно нормален тогда и только тогда, когда S — линейно упорядоченный моноид, примитивно связен тогда и только тогда, когда S — группа. Результаты опубликованы в [25].

2. Дано описание моноидов S, таких что теория любого делимого S-полигона стабильна, суперстабильна, ω-стабильна. В частности, доказано, что теория любого делимого S-полигона стабильна (суперстабильна) тогда и только тогда, когда S — линейно (вполне) упорядоченный моноид. Также показано, что для коммутативного моноида S теория любого делимого S-полигона ω-стабильна тогда и только тогда, когда либо S — абелева группа с не более чем счетным числом подгрупп, либо S конечен и имеет единственный собственный идеал. Результаты опубликованы в [26].

3. Рассмотрены вопросы, связанные с P-стабильностью некоторых клас-

сов S-полигонов. Доказано, что классы $S\text{-}Act$ всех S-полигонов, $\mathcal{F}$ всех свободных S-полигонов, $\mathcal{SF}$ всех сильно плоских S-полигонов, $\mathcal{P}$ всех проективных S-полигонов, $S\text{-}Div$ всех делимых S-полигонов $(P,1)$-стабильны только в том случае, когда S — одноэлементный моноид. Описаны моноиды, над которыми класс $\mathcal{R}$ всех регулярных полигонов $(P,1)$-стабилен. Показано, что классы $S\text{-}Act$ всех S-полигонов, $S\text{-}Div$ всех делимых S-полигонов (P,s)-, (P,a)-, (P,e)-стабильны в том и только том случае, когда S — группа. Приведена характеризация коммутативных моноидов, для которых класс $\mathcal{R}$ всех регулярных полигонов (P,s)-, (P,a)-, (P,e)-стабилен. Результаты опубликованы в [27].

Апробация работы. Результаты диссертации излагались автором на семинаре «Теория моделей» имени Е.А. Палютина Института им. С.Л. Соболева СО РАН (г. Новосибирск), семинаре «Алгебра и логика» Института им. С.Л. Соболева СО РАН (г. Новосибирск), а также на на международных конференциях «Мальцевские чтения» (г. Новосибирск, 2017–2020), Региональных научно-практических конференциях студентов, аспирантов и молодых ученых по естественным наукам (г. Владивосток, 2017–2019), Научно-практических конференциях на английском языке студентов, магистрантов и аспирантов Школы естественных наук ДВФУ (г. Владивосток, 2017, 2018).

Публикации. Результаты автора по теме диссертации опубликованы в работах [25–35]. Работы [25–27] опубликованы в изданиях, которые входят в перечень ВАК российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук, а так же индексируемых в наукометрических системах (SCOPUS и т.д.). Работы [25, 27, 29] написаны в неразрывном сотрудничестве со А.А. Степановой.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Компьютерный набор выполнен с использованием пакета LaTeX. Общий объем диссертации 59 страниц. Библиография включает 35 наименований.

Содержание диссертации

Во **введении** приводится обзор основных результатов научных работ отечественных и зарубежных авторов, связанных с темой диссертации, и кратко приводятся основные результаты диссертации.

В **первой главе** дается описание моноидов, над которыми класс делимых S-полигонов примитивно нормален или примитивно связен.

Под *левым S-полигоном* ${}_SA$ (или просто *S-полигоном*) понимается алгебраическая система $\langle A; L_S\rangle$ языка $L_s = \{f_s^{(1)} | s \in S\}$ такая, что $f_s(f_t(a)) = f_{st}(a)$ и $f_1(a) = a$ для любых $a \in A$, $s, t \in S$. Аналогично определяется понятие правого S-полигона. Подсистема ${}_SB$ S-полигона ${}_SA$ называется *подполигоном полигона* ${}_SA$. В этом случае используем обозначение ${}_SB \subseteq {}_SA$. Для любого $s \in S$ унарную операцию $f_s \in L_s$ на A будем обозначать через s. Класс всех S-полигонов обозначим через $S\text{-}Act$.

Элемент $c \in S$ называется *сократимым справа*, если из равенства $ac = bc$ следует равенство $a = b$ для любых $a, b \in S$. *Делимый* S-полигон — это S-полигон ${}_SA$, удовлетворяющий условию $cA = A$ для любого сократимого справа элемента $c \in S$. Класс всех делимых S-полигонов обозначим через $S\text{-}Div$.

Моноид S называется *линейно (вполне) упорядоченным*, если множество $\{Sa \mid a \in S\}$ линейно (вполне) упорядочено относительно $\supseteq$.

Формула вида

$$\exists x_1 \cdots \exists x_n (\Phi_0 \wedge \cdots \wedge \Phi_k),$$

где Φ_i , $i \le k$, — атомарные формулы, называется *примитивной*.

Пусть $\Phi(\bar{x}, \bar{y})$ — примитивная формула языка L, $\bar{a}$ — кортеж элементов и $|\bar{a}| = |\bar{y}|$. Множество вида $\Phi(\mathcal{C}, \bar{a})$ называется *примитивным*. Если $\bar{b}$ — кортеж элементов и $|\bar{b}| = |\bar{y}|$, то множества $\Phi(\mathcal{C}, \bar{a})$ и $\Phi(\mathcal{C}, \bar{b})$ называются *примитивными копиями*.

Эквивалентность α на некотором множестве X n-ок элементов из $\mathcal{C}$, определенная в $\mathcal{C}$ с помощью некоторой примитивной формулы $\Phi(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$, называется *примитивной эквивалентностью.* Область определения X такой эквивалентности α определяется в $\mathcal{C}$ примитивной формулой $\Phi(\bar{x}, \bar{x})$, и обозначается через $\mathrm{dom}\,(\alpha)$. Если $\bar{a} \in X$, то через $\bar{a}/\alpha$ будем обозначать класс эквивалентности α с представителем a. Эквивалентность α называется *нулевой,* если все α-классы одноэлементны.

Теория T называется *примитивно нормальной,* если для любых примитивных копий X, Y выполнено $X = Y$ или $X \cap Y = \emptyset$. Класс структур K языка L называется *примитивно нормальным,* если теория $Th(\mathcal{A})$ примитивно нормальна для любой структуры $\mathcal{A}$ класса K.

Теория T называется *примитивно связной,* если она примитивно нормальна и любые обобщенно примитивные копии либо примитивно связаны, либо обе одноэлементны. Класс структур K языка L называется *примитивно связным,* если теория $Th(\mathcal{A})$ примитивно связна для любой структуры $\mathcal{A}$ класса K.

Для моноидов, над которыми класс делимых S-полигонов примитивно нормален, был получен следующий результат:

Теорема 1.10 *Для моноида S эквивалентны следующие условия:*

(1) класс S-Div примитивно нормален;

(2) класс S-Act примитивно нормален;

(3) S — линейно упорядоченный моноид.

Также было получено описание моноидов, над которыми класс делимых S-полигонов примитивно связен:

Теорема 1.14 *Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

(1) класс S-Div примитивно связен;

(2) класс S-Act примитивно связен;

(3) S — группа.

Во **второй главе** исследуются моноиды, над которыми теория класса делимых S-полигонов стабильна, суперстабильна, ω-стабильна.

Теория T называется *стабильной в мощности κ* или κ–стабильной, если $|S(X)| \leq \kappa$ для любой модели $\mathcal{A}$ теории T и любого $X \subseteq A$ мощности κ.

Если теория T κ–стабильна для некоторого бесконечного κ, то T называется *стабильной.* Если теория T κ–стабильна для всех $\kappa \geq 2^{|T|}$, то T называется *суперстабильной.* Если теория T не является стабильной, то T называется *нестабильной.*

Пусть K — класс S-полигонов. Моноид S называется *K-стабилизатором* (K-суперстабилизатором, K-ω-стабилизатором), если $Th({}_SA)$ стабильна (суперстабильна, ω-стабильна) для любого S-полигона ${}_SA \in K$. Если $K = S\text{-}Act$, то K-стабилизатор (K-суперстабилизтор, K-ω-стабилизатор) будем называть стабилизатором (суперстабилизатором, ω-стабилизатором).

Доказано, что теория класса всех делимых S-полигонов стабильна (суперстабильна) тогда и только тогда, когда S — линейно (вполне) упорядоченный моноид:

Теорема 2.6 *Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

(1) S является $S\text{-}Div$-стабилизатором;

(2) S является стабилизатором;

(3) S является линейно упорядоченным моноидом.

Теорема 2.7 *Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

(1) S является $S\text{-}Div$-суперстабилизатором;

(2) S является суперстабилизатором;

(3) S является вполне упорядоченым моноидом.

Также показано, что для коммутативного моноида S теория класса всех делимых S-полигонов ω-стабильна тогда и только тогда, когда либо S — абелева группа с не более чем счетным числом подгрупп, либо S конечен и имеет единственный собственный идеал:

Теорема 2.8 *Для коммутативного счетного моноида S следующие условия эквивалентны:*

(1) S является $S\text{-}Div\text{-}\omega$-стабилизатором;

(2) S является ω-стабилизатором;

(3) либо S — абелева группа с не более чем счетным числом подгрупп,

либо S конечен и имеет единственный собственный идеал.

В **третьей главе** рассматриваются вопросы, связанные с P-стабильностью некоторых классов S-полигонов. Помимо класса делимых SS-полигонов исследуются классы свободных, проективных, сильно плоских, делимых, регулярных S-полигонов. В частности, получено описание моноида S, над которым классы свободных, проективных, сильно плоских, делимых, регулярных S-полигонов P-стабильны.

Пусть T — теория языка L, $\mathcal{C}$ — монстр-модель, т.е. насыщенная в достаточно большой мощности модель теории T,

$$T(X) = \{\varphi(\bar{a}) \mid \bar{a} \in X, \mathcal{C} \models \varphi(\bar{a}), \varphi(\bar{x}) - \text{формула языка } L\},$$

язык L_P получается из языка L добавлением нового одноместного предикатного символа P, Δ — некоторое множество предложений языка L_P. Теория T называется *P_Δ-стабильной в мощности* λ, если для любого множества X в теории T мощности $\leqslant \lambda$ множество

$$T_\Delta(X) = T(X) \cup \{P(a) \mid a \in X\} \cup \Delta$$

имеет не более λ пополнений в языке $(L(X))_P$. Теория T называется *P_Δ-стабильной*, если она P_Δ-стабильна в некоторой бесконечной мощности λ.

Теория T называется *(P, s)-стабильной,* если она является P_Δ-стабильной для множества Δ, состоящего из предложений, выражающих замкнутость предиката P относительно функций, определимых функциональными символами языка L. Теория T называется *(P, a)-стабильной,* если она является P_Δ-стабильной для множества Δ, состоящего из предложений, выражающих тот факт, что предикат P является алгебраически замкнутым множеством, т.е. содержит все конечные множества, определимые в алгебраической системе $\mathcal{C}$ формулами языка L с параметрами из предиката P. Теория T называется *(P, e)-стабильной*, если она является P_Δ-стабильной для множества Δ, состоящего из предложений, выражающих тот факт, что предикат P является элементарной подсистемой. Класс K алгебраических систем языка L называется $(P,1)-$ ((P,s)-, (P,a)-, $(P,e)-$) стабильным, если теория $Th(A)$ $(P,1)-$ ((P,s)-, (P,a)-, (P,e)) стабильна для любого $\mathcal{A} \in K$. Алгебраическая система $\mathcal{A}$ языка L называется $(P,1)-$ ((P,s)-, (P,a)-, (P,e)-) стабильной, если $Th(A)$ $(P,1)-$ ((P,s)-, (P,a)-, (P,e)-) стабильна.

Результаты третьей главы относятся помимо класса делимых S-полигонов, также к классам свободных, проективных, сильно плоских, регулярных S-полигонов.

Свободным S-полигоном (с множеством свободных образующих $X \subseteq F$) в классе S-Act называется S-полигон ${}_SF$ такой, что для любого S-полигона ${}_SA$ и отображения $\theta : X \to A$ существует единственный гомоморфизм $\overline{\theta} :{}_S F \to {}_SA$ такой, что $\overline{\theta}\iota = \theta$, где $\iota : X \to F$ — это вложение. Класс всех свободных S-полигонов обозначим через $\mathcal{F}$.

Проективным S-полигоном ${}_SP$ называется такой S-полигон, что для любой диаграммы S-полигонов и гомоморфизмов

$$\begin{tikzcd} & {}_SP \arrow[d, "\theta"] \\ {}_SM \arrow[r, "\varphi"] & {}_SN, \end{tikzcd}$$

где φ — эпиморфизм, существует существует гомоморфизм
$\psi :{}_S P \to{}_S M$ такой, что диаграмма

$$\begin{tikzcd} & {}_SP \arrow[d, "\theta"] \arrow[dl, "\psi"'] \\ {}_SM \arrow[r, "\varphi"] & {}_SN \end{tikzcd}$$

коммутативна.

Если A_S — правый S-полигон и ${}_SB$ — левый S-полигон, то *тензорное произведение* A_S и ${}_SB$, обозначаемое через $A_S \otimes_S B$, это фактор-множество множества $A \times B$ относительно эквивалентности, порожденной множеством $\{((as,b),(a,sb)) \mid a \in A, b \in B, s \in S\}$. Для $a \in A$ и $b \in B$ класс эквивалентности с представителем (a,b) будем обозначать через $a\otimes b$. Отображение $-\otimes B$ является функтором из категории $Act-S$ всех правых S-полигонов в категорию множеств. *Сильно плоским* S-полигоном называется S-полигон ${}_SB$ такой, что функтор $-\otimes B$ сохраняет универсальные квадраты. Обозначим класс всех сильно плоских S-полигонов через $\mathcal{SF}$.

Пусть ${}_SA$ — S-полигон. Элемент $a\in A$ называется *act–регулярным*, если существует гомоморфизм $\varphi : {}_SSa \longrightarrow {}_SS$ такой, что $\varphi(a)a = a$. *Регулярным* S-полигоном называется S-полигон, все элементы которого act–регулярны.

Теорема 3.12 *Пусть класс K S-полигонов замкнут относительно копроизведений и существуют S-полигон ${}_SA\in K$ и $e^2=e\in S$, такие что ${}_SSe\subseteq {}_SA$. Если класс K является $(P,1)$-стабильным, то полигон ${}_SSe$ одноэлементен.*

Из теоремы 3.12 получаем следующее следствие:

Следствие 3.13 *Пусть класс K S-полигонов замкнут относительно копроизведений и существует S-полигон ${}_SA\in K$, такой что ${}_SS\subseteq {}_SA$. Класс K является $(P,1)$-стабильным тогда и только тогда, когда $|S|=1$.*

Так как классы $S\text{-}Act$, $\mathcal{F}$, $\mathcal{SF}$, $\mathcal{P}$, $S\text{-}Div$ замкнуты относительно копроизведений и содержат S-полигон ${}_SA\in K$, такой что ${}_SS\subseteq {}_SA$, то из следствия 3.13 получаем

Следствие 3.14 *Пусть K — один из классов: $S\text{-}Act$, $\mathcal{F}$, $\mathcal{SF}$, $\mathcal{P}$, $S\text{-}Div$. Класс K является $(P,1)$-стабильным тогда и только тогда, когда $|S|=1$.*

Для класса всех регулярных S-полигонов получаем:

Следствие 3.15 *Пусть $\mathcal{R}\neq\emptyset$. Класс $\mathcal{R}$ $(P,1)$-стабилен тогда и только тогда, когда $|Se|=1$ для любого $e=e^2\in R$, где R — регулярный центр моноида S.*

Для (P,e)-стабильности получен следующий результат:

Теорема 3.16 *Пусть класс K S-полигонов замкнут относительно копроизведений и склеек и существуют S-полигон ${}_SA\in K$ и $e^2=e\in S$, такие что ${}_SSe\subseteq {}_SA$. Если класс K является (P,e)-стабильным, то $Ste=Se$ для любого $t\in S$.*

Основываясь на теореме 3.16, получаем

Следствие 3.17 *Пусть класс K S-полигонов замкнут относительно копроизведений и склеек S-полигонов и существует S-полигон ${}_SA \in K$, такой что ${}_SS \subseteq {}_SA$. Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

1) класс K (P,s)-стабилен;

2) класс K (P,a)-стабилен;

3) класс K (P,e)-стабилен;

4) S – группа.

Так как классы $S\text{-}Act$ и $S\text{-}Div$ замкнуты относительно копроизведений и склеек и содержат S-полигон ${}_SA \in K$, такой что ${}_SS \subseteq {}_SA$, то из следствия 3.17 получаем

Следствие 3.18 *Пусть K — один из классов: $S\text{-}Act$, $S\text{-}Div$. Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

1) класс K (P,s)-стабилен;

2) класс K (P,a)-стабилен;

3) класс K (P,e)-стабилен;

4) S – группа.

Для класса всех регулярных S-полигонов получаем:

Теорема 3.20 *Пусть класс $\mathcal{R}$ аксиоматизируем и удовлетворяет условию формульной определимости изоморфных орбит. Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

1) класс $\mathcal{R}$ (P,s)-стабилен;

2) класс $\mathcal{R}$ (P,a)-стабилен;

3) класс $\mathcal{R}$ (P,e)-стабилен;

4) $Ste = Se$ для любого идемпотента $e \in R$, где R — регулярный центр моноида S.

Следствие 3.21 *Пусть S — коммутативный моноид. Для моноида S следующие условия эквивалентны:*

1) класс $\mathcal{R}$ (P,s)-стабилен;

2) класс $\mathcal{R}$ (P,a)-стабилен;

3) класс $\mathcal{R}$ (P,e)-стабилен;

4) $Ste = Se$ *для любого идемпотента* $e \in R$, *где* R *— регулярный центр моноида* S.

В заключении приводятся основные результаты диссертации.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю, д.ф.-м.н., доценту Степановой Алене Андреевне за постоянное внимание к работе и всестороннюю поддержку.

Список литературы

[1] Богомолов, В.С., Мустафин Т.Г. Описание коммутативных моноидов, все полигоны над которыми ω-стабильны. *Алгебра и логика,* 28(4): 371–381, 1989.

[2] Гоулд, В., Михалев, А.В., Палютин, Е.А., Степанова А.А. Теоретико-модельные свойства свободных, проективных и плоских S -полигонов. *Фунд. прикл. матем.,* 14(7): 63–110, 2008.

[3] Ершов, Ю.Л., Палютин, Е.А. *Математическая логика.* Физматлит, 2011.

[4] Иванов, А.И. Полные теории унаров. *Алгебра и логика,* 23(1): 48–73, 1984.

[5] Кейслер, Г., Чен., Ч. *Теория моделей.* Мир, 1977.

[6] Комарницький, М.Я. *Елементи теорії напівгруп та полігонів. Курс лекцій.* Львів, 2011.

[7] Кожухов, И.Б., Михалев, А.В. Полигоны над полугруппами. *Фундаментальная и прикладная математика,* 23(2): 81–140, 2020.

[8] Михалев, А.В., Овчинникова, Е.В., Палютин, Е.А., Степанова, А.А. Теоретико-модельные свойства регулярных полигонов. *Фундаментальная и прикладная математика*, 10(4):107–157, 2004.

[9] Мустафин, Т.Г. О стабильностной теории полигонов. *Теория моделей и ее применение*, 8:92–108, 1988.

[10] Мустафин, Т.Г. К описанию моноидов, над которыми все полигоны имеют ω-стабильную теорию. *Алгебра и логика,* 29(6): 675–695, 1990.

[11] Палютин, Е.А. E^*-стабильные теории. *Алгебра и логика,* 42(2): 194–210, 2003.

[12] Палютин, Е.А. P-стабильные абелевы группы. *Алгебра и логика,* 52(5): 606–631, 2013.

[13] Птахов, Д.О. Полигоны с $(P,1)$-стабильной теорией. *Алгебра и логика,* 56(6): 712–720, 2017.

[14] Птахов, Д.О. Примитивная нормальность и аддитивность свободных, проективных и сильно плоских полигонов. *Алгебра и логика,* 53(5): 614–624, 2014.

[15] Русалеев, М.А. Характеризация $(P,1)$-стабильных теорий. *Алгебра и логика,* 46(2): 346–359, 2007.

[16] Ряскин, А.Н. Структура моделей полных теорий унаров: Авореферат дис. ... канд. физико-математических наук: 01.01.06. Новосибирск, 1989.

[17] Степанова, А.А. Примитивно связные и аддитивные теории полигонов. *Алгебра и логика,* 45(3): 300–313, 2006.

[18] Степанова, А.А. Полигоны с примитивно нормальными и аддитивными теориями. *Алгебра и логика,* 47(4): 491–508, 2008.

[19] Степанова, А.А., Батурин, Г.И. Регулярные полигоны с примитивно нормальными и антиаддитивными теориями. *Фундамент. и прикл. матем.,* 17(1): 223–232, 2012.

[20] Степанова, А.А. Регулярные полигоны с примитивно связными теориями. Сибирский математический журнал, 55(3): 666–671, 2014.

[21] Степанова, А.А., Птахов, Д.О. P-стабильные полигоны. *Алгебра и логика,* 56(4): 486–505, 2017.

[22] Feller, E.H., Gantos, R.L. Indecomposable and injective S-systems with zero. *Math. Nachr.,* 41: 37–48, 1969.

[23] Gould, V.A.R. Divisible S-systems and R-modules. Proc. Edinburgh Math. Soc., 30(2): 187–200, 1987.

[24] Kilp, M., Knauer, U., Mikhalev, A.V. Monoids, Acts and Categories. Walter De Gruyter, 2000.

Список работ автора по теме исследования

[25] Красицкая, А.И., Степанова, А.А., Примитивная нормальность и примитивная связность класса делимых полигонов. *Алгебра и логика,* 58(5): 650–658, 2019.

[26] Krasitskaya, A.I. Stability of the class of divisible S-acts. *Сибирские электронные математические известия,* 17: 726–731, 2020.

[27] Красицкая, А.И., Степанова, А.А., P–стабильность некоторых классов S–полигонов. *Сибирский математический журнал,* 62(2): 441–449, 2021.

[28] Красицкая, А.И. Полные классы делимых полигонов. *Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по естественным наукам*, 257–258. Владивосток : Дальневост. федерал. ун-т, 2017.

[29] Krasitskaya, A.I., Stepanova, A.A., Gorodetskaya, Ye.Ya. Complete classes of divisible S-acts. *The 4th Annual Student Scientific Conference in English, Vladivostok, 3 – 15 May 2017: conference proceedings*, 28. Vladivostok: Far Eastern Federal University, 2017.

[30] Красицкая, А.И. Примитивная нормальность класса делимых полигонов. *Международная конференция «Мальцевские чтения»,* 150. Новосибирск, 2017.

[31] Красицкая, А.И. Стабильность класса делимых полигонов. *Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по естественным наукам,* 222–223. Владивосток : Дальневост. федерал. ун-т, 2018.

[32] Krasitskaya, A.I. Monoids with stable theories of divisible S-acts. *The 5th Annual Student Scientific Conference in English, Vladivostok, 21 – 24 May*

2018: conference proceedings, 104–105. Vladivostok: Far Eastern Federal University, 2018.

[33] Красицкая, А.И. Стабильность и суперстабильность класса делимых полигонов. *Международная конференция «Мальцевские чтения»,* 197. Новосибирск, 2018.

[34] Красицкая, А.И. (P,1)-стабильность класса делимых полигонов. *Материалы региональной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по естественным наукам,* 253-254. Владивосток : Дальневост. федерал. ун-т, 2019.

[35] Красицкая, А.И. P-стабильность класса делимых полигонов. *Международная конференция «Мальцевские чтения»,* 189. Новосибирск, 2019.