На правах рукописи

Панасенко Александр Сергеевич

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ ПОРЯДКИ В ПРОСТЫХ КОНЕЧНОМЕРНЫХ СУПЕРАЛГЕБРАХ И ПОЧТИ КОНЕЧНОМЕРНЫЕ АЛГЕБРЫ

01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск
2020

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Новосибирский национальный исследовательский государственный университет».

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Колесников Павел Сергеевич
Официальные оппоненты:
Мальцев Юрий Николаевич,
доктор физико-математических наук, профессор
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Алтайский государственный педагогический университет»,
профессор кафедры алгебры и методики обучения математике института физико-математического образования.
Пчелинцев Сергей Валентинович,
доктор физико-математических наук, профессор
Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»,
профессор департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова».
Защита диссертации состоится 8 мая 2020 года в 15 часов на заседании диссертационного совета Д003.015.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук» по адресу: пр. Акад. Коптюга 4, Новосибирск, 630090.
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения Российской академии наук» и на сайте http://math.nsc.ru.
Автореферат разослан “___”__________ 20__ года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент Стукачёв А. И.

Общая характеристика работы

Постановка задачи и цели исследования. Одним из важнейших вопросов теории колец является изучение простых и первичных колец. Описание простых конечномерных ассоциативных алгебр над полем как матричных алгебр было получено Ф.Э. Молиным [9] для поля комплексных чисел и Дж.Г.М. Веддербёрном [46] для произвольного поля. В классе колец, близких к ассоциативным, особо выделяются многообразия альтернативных и йордановых колец. Ключевой пример альтернативного кольца — октонионы (алгебра чисел Кэли) над вещественными числами — были построены А. Кэли в 1845 году и были обобщены Л.Е. Диксоном в [15]. Само понятие альтернативного кольца возникло у М.А. Цорна в [48]. В этой работе было доказано, что простая конечномерная альтернативная неассоциативная алгебра является алгеброй октонионов над своим центром. Важными продвижениями в описании бесконечномерных алгебр являлись теорема Жевлакова о том, что любая простая альтернативная коммутативная алгебра является полем [1] и теорема Скорнякова об описании альтернативных тел [11]. Полное описание простых бесконечномерных неассоциативных альтернативных алгебр, как алгебр Кэли-Диксона над своим центром, получил Е. Клейнфелд [28].

Йордановы алгебры возникли как попытка алгебраического описания аксиом квантовой механики в работе Е. Вигнера, П. Йордана и Дж. фон Неймана [25], в которой была построена структурная теория конечномерных формально-вещественных йордановых алгебр. Было показано, что такие алгебры в некотором смысле близки к матричным, за одним исключением. Окончательное описание произвольных простых йордановых алгебр было получено Е.И. Зельмановым в [4].

Первичные ассоциативные кольца с тождественными соотношениями были описаны Е. Познером и Л. Роуэном в [36], [41], см. также [8] и [7]. В этих работах доказано, что каждое такое кольцо является центральным порядком в матричной алгебре, то есть в простой конечномерной алгебре над полем частных центра исходного кольца. М. Слейтер [43] доказал аналогичный результат для альтернативных алгебр: любая такая алгебра над полем характеристики не 3 (либо при условии невырожденности) является центральным порядком в алгебре октонионов. Первичные невырожденные йордановы PI-алгебры так же описаны Е.И. Зельмановым [4], как центральные порядки в простых йордановых алгебрах, однако кроме конечномерных примеров (так же, как и в случае простых йордановых PI-алгебр) присутствует одно исключение. Эти теоремы отмечают важность центральных порядков в конечномерных простых алгебрах: при некоторых ограничениях ими исчерпываются (или почти исчерпываются) примеры первичных колец в определенных многообразиях.

Центральные порядки в конечномерных центральных простых ассоциативных алгебрах изучались во многих работах (зачастую под названием аффинная алгебра, либо первичная PI-алгебра), например, в [8], [37]. Общая теория первичных неассоциативных алгебр была построена в работе [16].

Важность градуированных структур в различных областях математики и математической физики привела к изучению простых и первичных супералгебр. Статья [45] посвящена изучению центральных простых супералгебр. В работе [38] доказано, что любая простая конечномерная ассоциативная супералгебра является супералгеброй эндоморфизмов некоторого суперпространства над некоторой супералгеброй с делением. В той же работе получено описание супералгебр с делением.

Е.И. Зельмановым и И.П. Шестаковым [5] было доказано, что первичная (простая) альтернативная супералгебра над полем характеристики, отличной от 2 и 3, является либо ассоциативной, либо кольцом Кэли-Диксона. Позднее И.П. Шестаков завершил классификацию простых альтернативных супералгебр [12]: в характеристике 2 и 3 они исчерпываются несколькими примерами и одной серией примеров. В той же работе был получен следующий результат: первичные альтернативные супералгебры с дополнительным условием невырожденности являются суперцентральными порядками в простых альтернативных супералгебрах. Таким образом, понятие порядка для супералгебр возникает естественным образом.

Простые конечномерные йордановы супералгебры над алгебраически замкнутым полем характеристики 0 были классифицированы В.Г. Кацем [26] (см. также работу И.Л. Кантора [6]). Простые конечномерные йордановы супералгебры произвольной характеристики были описаны Е.И. Зельмановым, М.Л. Расином и К. Мартинез [29], [39], некоторые примеры были построены И.П. Шестаковым в [12]. Бесконечномерные йордановы супералгебры с ассоциативной четной частью изучались в серии работ В.Н. Желябиным, например в [3]. Первичные йордановы супералгебры изучались в работах [2], [27], [31].

Одним из самых интересных результатов в теории центральных порядков является следующая теорема, доказанная Э. Форманеком и опубликованная им в 1974 г. в работе [20]:

Теорема. Пусть A — унитарная первичная PI-алгебра с центром Z. Тогда A вкладывается в конечно порожденный свободный Z-модуль. В частности, если Z нетеров, то A является конечно порожденным Z-модулем.

Другое доказательство этого результата изложено в [30].

В связи с теоремой Форманека естественным образом формулируется следующая проблема.

Проблема 1. Можно ли вложить центральный порядок в конечномерной центральной простой альтернативной (йордановой) супералгебре в конечный модуль над центром?

Конечномерность — весьма сильное условие. Активно изучаются так же алгебры с различными другими условиями конечности. Структурная теория алгебр с условием минимальности построена в ассоциативных (Е. Артин), альтернативных (К.А. Жевлаков) и йордановых (Н. Джекобсон, Дж. Осборн) алгебрах. В то же время алгебры с условием максимальности могут иметь очень разнообразное строение. Например, нильпотентность правого ниль-идеала в ассоциативных и альтернативных нетеровых кольцах получена Я. Левицким и К.А. Жевлаковым (характеристика не 3). Изучению нетеровых ассоциативных алгебр посвящена монография [30]. В связи с отсутствием классификации нетеровых алгебр, вызывает интерес изучение алгебр, которые удовлетворяют дополнительному условию конечности кроме условия обрыва возрастающих цепей идеалов.

С другой стороны, подход к той же тематике дает алгебраическая геометрия. При рассмотрении $\mathbb{N}$-градуированных алгебр возникает желание обобщить на них понятие простого кольца. Поскольку прямая сумма всех компонент, начиная с некоторой, является градуированным идеалом, то вместо простоты естественно рассматривать алгебры, в которых каждый идеал содержит такую сумму. Если все компоненты конечномерны, это приводит к понятию почти конечномерной алгебры.

Почти конечномерной (или минимально бесконечномерной, [10]) называется бесконечномерная алгебра, каждый нетривиальный гомоморфный образ которой является конечномерным. Ассоциативные почти конечномерные алгебры изучались в ряде работ последние четверть века.

Например, в работе [33] было показано, что любую конечно порожденную бесконечномерную алгебру можно гомоморфно отобразить на почти конечномерную алгебру. В статье [19] было доказано, что конечно порожденная, полупростая, почти конечномерная ассоциативная алгебра над несчетным полем является либо примитивной, либо PI-алгеброй. Так же в этой работе описаны ассоциативные бесконечномерные алгебры с единицей, у которых каждый ненулевой односторонний идеал имеет конечную коразмерность: доказано, что такая алгебра является либо алгеброй с делением, либо конечным модулем над своим центром, который является почти конечномерной алгеброй. В [40] очень подробно изучались ассоциативные почти конечномерные $\mathbb{N}$-градуированные алгебры. В частности, были построены примеры конечно порожденных почти конечномерных ассоциативных алгебр, не удовлетворяющих тождественным соотношениям. Там же был приведен пример ассоциативной почти конечномерной алгебры, которая не является нетеровой для односторонних идеалов. Другие интересные примеры с теми же свойствами были построены в статье [13]. Изучению $\mathbb{N}$-градуированных ассоциативных почти конечномерных алгебр так же посвящена работа [44].

Одной из первых работ, посвященных неассоциативным почти конечномерным алгебрам, является работа [42]. В частности, там построен пример почти конечномерной алгебры Ли, не являющейся полупервичной (более того, в ней существует абелев идеал единичной коразмерности). Почти конечномерные $\mathbb{N}-$градуированные алгебры Ли изучались так же в работе [21]. Необходимо отметить возникший интерес к изучению почти конечномерных лиевых и йордановых супералгебр: эта тематика затрагивается в работах [32], [34], [35].

В теории групп имеется аналогичная терминология: группа называется минимально бесконечной, если все ее нетривиальные нормальные подгруппы имеют конечный индекс. Началом исследования данной области послужила работа Дж.С. Уилсона [47]. Имеется связь между этими понятиями для групп и для алгебр: например, в работе [22] приводится конструкция построения примеров минимально бесконечных групп G (как прямого предела некоторой последовательности групп) и доказывается, что при некоторых ограничениях групповая алгебра $K[G]$ и соответствующая группе G C^*-алгебра будут почти конечномерными. Почти конечномерным C^*-алгебрам так же посвящены работы [14] и [23].

Отдельный интерес представляют совместные работы К. Пендерграсс-Райс и Дж. Фарины. В статье [17] доказано, что почти конечномерные ассоциативные алгебры являются первичными. В качестве следствия из теоремы Форманека получено, что почти конечномерная ассоциативная алгебра с единицей, удовлетворяющая тождественному соотношению, является конечным модулем над своим центром, который сам является почти конечномерной алгеброй. Это направление исследований продолжено в работе этих же авторов совместно с Дж. Бэллом [18], а именно, было доказано, что почти конечномерные ассоциативные алгебры с единицей и ненулевым собственным идеалом, не удовлетворяющие тождественным соотношениям, имеют конечномерный центр. Кроме того, в этой работе рассматривалась устойчивость почти конечномерности относительно расширения исходного поля скаляров.

Сформулируем следующую проблему.

Проблема 2. Описать почти конечномерные альтернативные и йордановы алгебры.

Главная цель работы состоит в изучении суперцентральных порядков в конечномерных простых супералгебрах и почти конечномерных алгебр, в том числе решение проблем 1 и 2.

Основные результаты диссертации.

1. Доказано, что суперцентральный порядок в альтернативной конечномерной простой супералгебре либо вкладывается в конечный модуль над суперцентром, либо является порядком в скрученной супералгебре векторного типа (теорема 2.4., опубликовано в [60])
2. Доказано, что суперцентральный порядок в классической йордановой конечномерной простой супералгебре с полупростой четной частью вкладывается в конечный модуль над суперцентром (теоремы 3.4. и 3.5., опубликовано в [63]);
3. Получено описание почти конечномерных йордановых PI и альтернативных алгебр (теоремы 4.14. и 4.26., опубликовано в [60], [61], [63]).

Научная новизна и значимость работы. Все научные результаты диссертации являются новыми, полученными автором самостоятельно (пп. 1) или в неразделимом соавторстве с В.Н. Желябиным (пп.2-3).

Результаты, изложенные в диссертации, имеют теоретическое значение и могут быть полезны для специалистов в теории альтернативных и йордановых алгебр и супералгебр, а также могут быть включены в спецкурсы для студентов и аспирантов, специализирующихся в областях алгебры.

Методы исследования. В диссертации используются классические методы структурной и комбинаторной теории неассоциативных колец, так же используется развитая структурная теория простых и первичных альтернативных (йордановых) алгебр и супералгебр. Методы, разработанные Э. Форманеком, модернизированы для применения в рамках теории неассоциативных колец, а так же для градуированных алгебр.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс» (Новосибирск, 2014-2017); международной алгебраической конференции «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2015-2019), международной конференции «Алгебра и логика: теория и приложения» (Красноярск, 2016), международной алгебраической конференции, посвященной 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша (Москва, 2018), неоднократно на семинаре «Теория колец» им. А.И. Ширшова в ИМ СО РАН и на семинаре «Алгебра и логика».

Публикации. Результаты работы опубликованы в [49–63]. Основные результаты диссертации опубликованы в [60–63] в изданиях, входящих в перечень ВАК рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание учёных степеней доктора и кандидата наук.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Она изложена на 84 страницах, включает 2 таблицы. Главы диссертации подразделяются на параграфы. Все утверждения (леммы, предложения, теоремы, следствия) и некоторые примеры имеют двойную нумерацию: номер главы и номер утверждения в текущем параграфе. Некоторые формулы также имеют двойную нумерацию: номер главы и номер формулы внутри главы. Список литературы содержит 80 наименований. Работы автора по теме диссертации приведены отдельным списком.

Основное содержание диссертации

Во **введении** приводится постановка задачи, обосновывается актуальность темы исследования и описывается ее уровень проработанности. Формулируются проблемы и цель работы, излагается краткое содержание диссертации. Приводятся основные результаты диссертации и методы исследования, отражается научная новизна и значимость результатов. Приводятся данные об апробации и публикации результатов диссертации.

В **первой главе** приводятся необходимые предварительные сведения. Приводятся все определения, которые потребуются в дальнейшем. Для удобства дальнейших ссылок на некоторые известные результаты, они сформулированы в виде теорем.

В параграфе 1.1 представлено изложение ключевых результатов теории альтернативных алгебр и супералгебр. Приводится описание простых альтернативных супералгебр.

В параграфе 1.2 представлено изложение ключевых результатов теории йордановых алгебр и супералгебр. Приводится описание простых конечномерных йордановых супералгебр с полупростой четной частью.

Вторая глава посвящена доказательству аналога теоремы Форманека для простых альтернативных супералгебр. В параграфе 2.1 приводится доказательство для центральных порядков в ассоциативных супералгебрах, в параграфе 2.2 — для алгебры Кэли-Диксона, в параграфе 2.3 — для простых альтернативных супералгебр, за исключением скрученной супералгебры векторного типа. Основным результатом главы является следующая теорема.

Теорема 2.4. *Пусть B — унитарная альтернативная супералгебра и $Z = Z(B)_0$ — ее суперцентр. Если $Z^{-1}B$ — конечномерная центральная простая супералгебра, то B вкладывается (как Z-подмодуль) в свободный конечно порожденный Z-модуль или $Z^{-1}B$ изоморфна скрученной супералгебре векторного типа $B(\Gamma, d, \gamma)$.*

Третья глава посвящена доказательству аналога теоремы Форманека для йордановых алгебр и супералгебр. В параграфе 3.1 изучаются первичные невырожденные йордановы PI-алгебры. Согласно теореме Зельманова, такая алгебра является либо центральным порядком в конечномерной центральной простой йордановой алгебре, либо центральным порядков в алгебре симметрической невырожденной билинейной формы на бесконечномерном векторном пространстве. Для доказательства аналога теоремы Форманека для колец Алберта используется подробное описание алгебр Алберта в [24], неоднократно используется конструкция расширения поля с целью перехода к уже разобранным случаям. После изучения порядков в алгебрах вида $A^{(+)}$ для простой ассоциативной алгебры A формулируется и доказывается следующая теорема.

Теорема 3.4. *Всякая йорданова первичная невырожденная PI-алгебра с единицей и центром Z либо вкладывается в свободный конечный Z-модуль, либо является центральным порядком в йордановой алгебре билинейной формы на бесконечномерном пространстве.*

В параграфе 3.2 для классических простых йордановых супералгебр с полупростой четной частью доказывается аналог теоремы Форманека, а именно следующая теорема.

Теорема 3.5. *Пусть $J = A + M$ — классическая простая йорданова супералгебра. Тогда унитарный суперцентральный порядок в J вкладывается в свободный конечно порожденный модуль над своим суперцентром.*

В **главе 4** изучаются почти конечномерные алгебры. В параграфе 4.1 доказываются некоторые предварительные результаты для произвольных почти конечномерных алгебр, а так же первичность произвольной альтернативной почти конечномерной алгебры, после чего изучается возможность обобщения одной из теорем Жевлакова на идеалы конечной коразмерности. Одним из следствий полученного результата, а так же результатов предыдущей главы является следующая теорема, описывающая почти конечномерные альтернативные неассоциативные алгебры.

Теорема 4.14. *Почти конечномерная альтернативная неассоциативная алгебра является кольцом Кэли-Диксона с почти конечномерным центром. Если эта алгебра содержит единицу, то она является конечно порожденным модулем над своим центром.*

Параграф 4.2 посвящен изучению почти конечномерных йордановых алгебр. Доказывается первичность и невырожденность почти конечномерной йордановой алгебры, а так же существование у нее почти конечномерной ассоциативной обертывающей. С использованием результатов третьей главы получен основной результат этого параграфа, а именно следующее описание почти конечномерных йордановых PI-алгебр.

Теорема 4.26. *Почти конечномерная йорданова PI-алгебра с единицей является либо конечным модулем над своим центром, который является* *почти конечномерной алгеброй, либо центральным порядком в йордановой алгебре симметрической билинейной формы.*

В конце параграфа доказывается, что для ассоциативной почти конечномерной алгебры A с инволюцией $*$ йорданова алгебра $H(A, *)$ является почти конечномерной.

Параграф 4.3 посвящен изучению почти конечномерных супералгебр, а именно доказательству следующей теоремы.

Теорема 4.34. *Пусть* $B = A + M$ *— почти конечномерная ассоциативная супералгебра, не являющаяся коммутативной алгеброй. Тогда* $B^{(+)}$ *— почти конечномерная йорданова супералгебра.*

В **заключении** приводятся основные результаты диссертации.

Изложение работы завершается **списком литературы**.

Благодарности

Автор выражает благодарность своему научному руководителю Павлу Сергеевичу Колесникову за помощь и поддержку в процессе обучения и научной деятельности. Автор выражает благодарность Виктору Николаевичу Желябину за постановку интересной задачи, внимание к работе и полезные обсуждения. Так же автор благодарит всех сотрудников лаборатории теории колец ИМ СО РАН и кафедры алгебры и математической логики ММФ НГУ за создание творческой атмосферы, необходимой для написания этой работы.

Список литературы

[1] Замечания о простых альтернативных кольцах // Алгебра и логика — 1967. — Т. 6, № 2. — С. 21–33.

[2] *Желябин В.Н.,* Примеры первичных йордановых супералгебр векторного типа и супералгебр типа Ченга-Каца // Сиб. матем. журн. — 2013 — Т. 54, №1 — С. 49–56

[3] *Желябин В.Н.,* Простые йордановы супералгебры с ассоциативной ниль-полупростой четной частью // Сиб. матем. журн. — 2016 — Т. 57, №6 — С. 1262–1279.

[4] *Зельманов Е.И.,* О первичных йордановых алгебрах II // Сиб. матем. журн. — 1983 — Т. 24, №1 — С. 89–104.

[5] *Зельманов Е.И., Шестаков И.П.,* Первичные альтернативные супералгебры и нильпотентность радикала свободной альтернативной алгебры // Изв. АН СССР, сер. матем. — 1990 — Т. 54, №4 — С. 676–693.

[6] *Кантор И.Л.,* Йордановы и лиевы супералгебры, определенные алгеброй Пуассона // Вторая сибирская школа «Алгебра и анализ», Томск — 1989 — С. 55–80.

[7] *Мальцев Ю.Н., Журавлев Е.В.,* Лекции по теории ассоциативных колец. — Барнаул: Изд-во АлтГУ, 2015. 434 с.

[8] *Марков В.Т.,* Размерность некоммутативных аффинных алгебр // Изв. АН СССР, сер. матем. — 1973 — Т. 37 — С. 284–288.

[9] *Молин Ф.Э.,* Ueber Systeme hoherer complexer Zahlen // Math.Ann. — 1982 — Т. 41 — С. 83–156.

[10] Нерешённые вопросы теории групп. Коуровская тетрадь // Под ред. В.Д. Мазурова, Е.И. Хухро. — 18 изд. — Новосибирск: Институт математики Сибирского отделения РАН, 2014. — 253 с.

[11] *Скорняков Л.А.,* Альтернативные тела // Укр. матем. журн. — 1950 — Т. 2, №1 — С. 70–85.

[12] *Шестаков И.П.,* Первичные альтернативные супералгебры произвольной характеристики // Алгебра и логика — 1997 — Т. 36, №6 — С. 675–716.

[13] *Bartholdi L.,* Branch rings, thinned rings, tree enveloping rings // Israel J. Math — 2006 — Vol. 154 — P. 93–139.

[14] *Belyaev V., Grigorchuk R., Shumyatsky P,* On just-infiniteness of locally finite groups and their C^*-algebras // Bulletin of Mathematical Sciences — 2017 — Vol. 7, №1 — P. 167–175.

[15] *Dickson L.E.,* On quaternions and their generalization and the history of eight square theorem // Ann.Math. — 1919 — Vol. 20 — P. 151–171.

[16] *Erickson T.S., Martindale W.S., Osborn J.M.,* Prime nonassociative rings // Pacific Journal of Mathematics — 1975 — Vol. 60, №1 — P. 49–63.

[17] *Farina J., Pendergrass-Rice C.*, A Few Properties of Just Infinite Algebras // Comm. Algebra — 2007 — Vol. 35, №5 — P. 1703–1707.

[18] *Farina J., Pendergrass-Rice C., Bell J.,* Stably Just Inifinite Algebras // Journal of Algebra — 2008 — Vol. 319, №6 — P. 2533–2544.

[19] *Farkas D.R., Small L.W.,* Algebras which are nearly finite dimensional and their identities // Israel J. Math. — 2002 — Vol. 127 — P. 245–251.

[20] *Formanek E.,* Noetherian PI-rings // Comm. Algebra — 1974 — Vol. 1., №1 — P. 79–86.

[21] *Gavioli N., Monti V., Scoppola C.,* Just infinite periodic Lie algebras // Proceedings of the Gainesville Conference on Finite Groups — 2003 — P. 73–85.

[22] *Grigorchuk R., Shumyatsky P.,* On just-infinite periodic locally soluble groups // Archiv der Mathematik — 2017 — Vol. 109, №1 — P. 19–27.

[23] *Grigorchuk R., Musat M., Rordam M.,* Just-infinite C^*-algebras // Commentarii Mathematici Helvetici — 2018 — Vol. 93, №1 — P. 157–201.

[24] *N.Jacobson,* Structure and Representations of Jordan Algebras. — Providence, RI: AMS, 1968. 453 p.

[25] *Jordan P., von Neumann J., Wigner E.,* On an algebraic generalization of the quantum mechanical formalism // Ann. Math. — 1934 — Vol. 35, №1 — P. 29–64.

[26] *Kac V.G.,* Classification of simple Z-graded Lie superalgebras and simple Jordan superalgebras // Comm. Algebra — 1977 — Vol. 5 — P. 1375–1400.

[27] *King D., McCrimmon K.,* The Kantor construction of Jordan superalgebras // Comm. Algebra — 1992 — Vol. 20, №1 — P. 109–126.

[28] *Kleinfeld E.,* Simple alternative rings // Ann.Math — 1953 — Vol. 58, №2 — P. 544–547.

[29] *Martinez C., Zel'manov E.,* Simple Finite-Dimensional Jordan Superalgebras of Prime Characteristic — Journal of Algebra — 2001 — Vol. 236 — P. 575–629.

[30] *McConnell J.C., Robson J.C.,* Noncommutative Noetherian Rings. — Wiley-Interscience, Chichester, 1987. 636 p.

[31] *McCrimmon K.,* Speciality and nonspeciality of two Jordan superalgebras // Journal of Algebra — 1992 — Vol. 149, №2 — P. 326–351.

[32] *de Morais Costa O.A., Petrogradsky V.,* Fractal Just Infinite Nil Lie Superalgebra of Finite Width // Journal of Algebra — 2018 — Vol. 504 — P. 291–335.

[33] *Passman D.S., Temple W.V.,* Representations of the Gupta-Sidki group // Proc. of the AMS — 1996 — Vol. 124, №5 — P. 1403–1410.

[34] *Petrogradsky V., Shestakov I.P.,* Fractal nil graded Lie, associative, poisson, and Jordan superalgebras, arxiv:1804.08441.

[35] *Petrogradsky V., Shestakov I.P.,* On Jordan doubles of slow growth of Lie superalgebras // Sao Paulo Journal of Mathematical Sciences — 2019 — Vol. 13 — P. 158–176.

[36] *Posner E.,* Prime rings satisfying a polynomial identity // Proc. of the AMS — 1960 — Vol. 10 — P. 201–220.

[37] *Procezi C.,* Noncommutative affine rings // Atti. Accad. Naz. Lincei, Memorie. Ser. 8 — Vol. 8, №6 — P. 239–255.

[38] *Racine M.L.,* Primitive Superalgebras with Superinvolution // Journal of Algebra — 1998 — Vol. 206 — P. 588–614.

[39] *Racine M.L., Zel'manov E.I.,* Simple Jordan superalgebras with semisimple even part // Journal of Algebra — 2003 — Vol. 270, №2 — P. 374–444.

[40] *Reichstein Z., Rogalski D., Zhang J.,* Projectively simple rings // Adv. Math. — 2006 — Vol. 203, №2 — P. 365–407.

[41] *Rowen L.,* Some results on the center of a ring with polynomial identity // Bull. Amer. Math. Soc. — 1973 — Vol. 79 — P. 219–223.

[42] *Shalev A., Zelmanov E.,* Narrow Lie algebras: a coclass theory and a characterization of the Witt algebra // Journal of Algebra — 1997 — Vol. 189 — P. 294–331.

[43] *Slater M.,* Prime alternative rings III // Journal of Algebra — 1972 — Vol. 21, №3 — P. 394–409.

[44] *Smoktunowicz A.,* On Primitive Ideals in Graded Rings // Canad. Math. Bull. — 2008 — Vol. 51, №3 — P. 460–466.

[45] *Wall C.T.C.,* Graded Brauer groups // J. Reine Angew. Math. — 1964 — Vol. 213 — P. 187–199.

[46] *Wedderburn J.H.M.,* On hypercomplex numbers// Proc. London Math. Soc. — 1907 — Vol. 6, №2 — P. 77–118.

[47] *Wilson J.S.,* Groups with every proper quotient finite // Proc. Camb. Phil. Soc. — 1971 — Vol. 69 — P. 373–390.

[48] *Zorn M.,* Theorie der alternativen Ringe // Abh.math. Seminar Hamburg Univers. — 1930 — Vol. 8 — P. 123–147.

Работы автора по теме диссертации.

[49] *Панасенко А.С.,* Почти конечномерные альтернативные алгебры // Материалы 52-ой МНСК. Математика. — Новосибирск: 2014. — С. 15.

[50] *Панасенко А.С.,* О структуре почти конечномерных альтернативных алгебр // Материалы 53-ей МНСК. Математика. — Новосибирск: 2015. — С. 16.

[51] *Панасенко А.С.,* Почти конечномерные альтернативные алгебры // Мальцевские чтения. Тезисы докладов. — Новосибирск: 2015. — С. 167.

[52] *Панасенко А.С.,* О ниль идеалах конечной коразмерности в альтернативных нетеровых алгебрах // Материалы 54-ой МНСК. Математика. — Новосибирск: 2016. — С. 11.

[53] *Панасенко А.С.,* О почти конечномерных йордановых алгебрах // Международная конференция Алгебра и логика: теория и приложения, посвященная 70-летию В.М.Левчука. Тезисы докладов. — Красноярск: 2016. — С. 54.

[54] *Панасенко А.С.,* О почти конечномерных йордановых алгебрах // Мальцевские чтения. Тезисы докладов. — Новосибирск: 2016. — С. 152.

[55] *Панасенко А.С.,* О структуре почти конечномерных йордановых алгебр // Материалы 55-ой МНСК. Математика. — Новосибирск: 2017. — С. 9.

[56] *Желябин В.Н., Панасенко А.С.,* О конструкции Херстейна для почти конечномерных супералгебр // Мальцевские чтения. Тезисы докладов. — Новосибирск: 2017. — С. 114.

[57] *Панасенко А.С.,* Центральные порядки в конечномерных простых альтернативных супералгебрах // Международная алгебраическая конференция, посвященная 110-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша. Тезисы докладов. — Москва: 2018. — С. 153.

[58] *Панасенко А.С.,* Центральные порядки в конечномерных простых ассоциативных супералгебрах // Мальцевские чтения. Тезисы докладов. — Новосибирск: 2018. — С. 159.

[59] *Панасенко А.С.,* Центральные порядки в простых конечномерных йордановых супералгебрах // Мальцевские чтения. Тезисы докладов. — Новосибирск: 2019. — С. 168.

[60] *Панасенко А.С.,* Почти конечномерные альтернативные алгебры // Матем. заметки — 2015 — Т. 98, №5 — С. 747–755.

[61] *Желябин В.Н., Панасенко А.С.,* Ниль-идеалы конечной коразмерности в нетеровых альтернативных алгебрах // Матем. заметки — 2017 — Т. 101, №3 — С. 395–402.

[62] *Желябин В.Н., Панасенко А.С.,* Конструкция Херстейна для почти конечномерных супералгебр // Сибирские электронные математические известия — 2017 — Т. 14 — С. 1317–1323.

[63] *Желябин В.Н., Панасенко А.С.,* Почти конечномерные йордановы алгебры // Алгебра и логика — 2018 — Т. 57, №5 — С. 522–546.