На правах рукописи

Лыткин Юрий Всеволодович

ГРУППЫ, КРИТИЧЕСКИЕ ОТНОСИТЕЛЬНО СПЕКТРОВ КОНЕЧНЫХ ГРУПП

01.01.06 — математическая логика,
алгебра и теория чисел

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2018

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук».

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук, профессор
Васильев Андрей Викторович.

Официальные оппоненты:
Журтов Арчил Хазешович,
доктор физико-математических наук,
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х. М. Бербекова»,
профессор кафедры алгебры и дифференциальных уравнений.

Нужин Яков Нифантьевич,
доктор физико-математических наук, профессор,
Институт математики и фундаментальной информатики Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Сибирский федеральный университет»,
профессор кафедры алгебры и математической логики.

Ведущая организация:
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук».

Защита диссертации состоится «23» ноября 2018 г. в 16:30 на заседании диссертационного совета Д 003.015.02 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки «Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук» по адресу: пр. Акад. Коптюга 4, Новосибирск, 630090.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт математики им. С. Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук» и на сайте `http://math.nsc.ru`.

Автореферат разослан «___» ____________ 2018 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук,
доцент   Стукачёв Алексей Ильич

Общая характеристика работы

Постановка задачи и цели исследования

В диссертации изучается строение конечных групп с заданным множеством порядков элементов, которое мы, следуя С. И. Адяну [1], назовём *спектром* группы. Спектр группы G будем обозначать через $\omega(G)$. Множество $\omega(G)$ замкнуто по отношению делимости, поэтому оно однозначно определяется своим подмножеством $\mu(G)$, которое состоит из максимальных по делимости элементов множества $\omega(G)$.

Спектр конечной группы несёт в себе важную информацию о её строении и свойствах. Например, хорошо известно, что если в группе любой нетривиальный элемент имеет порядок 2, то эта группа абелева. Известно и что, наоборот, если в группе нет элементов порядка 2, то эта группа разрешима. (Данный результат принадлежит У. Фейту и Дж. Томпсону [16] и, стоит отметить, является значительно более сложным.) Возникает вопрос: можно ли распознать конечную группу, зная лишь её спектр? Конечно, во многих случаях это не так (например, упомянутый выше случай элементарных абелевых 2-групп). Однако оказывается, что некоторые группы действительно однозначно определяются по своему спектру. Такие группы называются *распознаваемыми* (более точно, *распознаваемыми по спектру* в классе конечных групп).

Опишем возникающую ситуацию более подробно. Обозначим через $h(G)$ число попарно не изоморфных групп, *изопектральных* группе G (т. е. имеющих такой же спектр, что и G). Тогда группа G распознаваема при $h(G) = 1$. Назовём также *почти распознаваемыми* группы G, для которых $h(G) < \infty$ (т. е. существует лишь конечное число попарно не изоморфных групп, изоспектральных G). Наконец, если $h(G) = \infty$, будем говорить, что группа G *нераспознаваема*. Естественно возникает проблема распознаваемости групп по спектру, которую мы, следуя [3], сформулируем следующим образом: для конечной группы L определить число $h(L)$ и, если это число конечно, описать все попарно не изоморфные группы, изоспектральные L.

Особенный интерес эта проблема представляет для неабелевых простых групп. Согласно классификации конечных простых групп, каждая конечная неабелева простая группа является либо одной из 26 спорадических групп, либо знакопеременной группой, либо группой лиева типа. Группы лиева типа в свою очередь делятся на классические и исключительные. К первым относятся линейные группы $PSL_n(q)$, унитарные группы $PSU_n(q)$, симплектические группы $PSp_{2n}(q)$ и ортогональные группы $P\Omega_{2n+1}(q)$ и $P\Omega_{2n}^{\pm}(q)$.

В результате почти тридцатилетних исследований было установлено, что все неабелевы простые знакопеременные группы степени $n \neq 6, 10$ и все простые спорадические группы, кроме J_2, являются распознаваемыми [6, 20]. Оставшиеся же группы A_6, A_{10} и J_2 являются нераспознаваемыми [9, 15, 21].

В [5] доказано, что все исключительные группы лиева типа, кроме группы ${}^3D_4(2)$, являются почти распознаваемыми. Группа ${}^3D_4(2)$ действительно является здесь исключением, поскольку она нераспознаваема (см. [12]).

Таким образом, для всех неабелевых простых групп, кроме классических групп лиева типа, проблема распознаваемости решена. С классическими группами лиева типа, в свою очередь, ситуация оказывается гораздо более разнообразной: хотя классические группы лиева типа достаточно большой размерности почти распознаваемы (см. ниже), существуют также и примеры нераспознаваемых классических групп, среди которых линейная группа $PSL_3(3)$ [10], унитарная группа $PSU_3(3)$ [9], а также бесконечная серия симплектических групп $PSp_4(q)$, где q не является степенью числа 3 с нечётным показателем [9, 10, 13].

Гипотеза о том, что все простые группы лиева типа достаточно большого ранга являются почти распознаваемыми, была высказана В. Д. Мазуровым в 2007 году. Усилиями нескольких групп математиков эта гипотеза была доказана в 2015 году (см. [4, 18]).

Теорема A. *Пусть L — одна из следующих неабелевых простых групп:*
1) *исключительная группа лиева типа, кроме ${}^3D_4(2)$;*
2) *$PSL_n(q)$, где $n \geq 45$, либо q чётно;*
3) *$PSU_n(q)$, где $n \geq 45$, либо q чётно и $(n, q) \neq (4, 2), (5, 2)$;*
4) *$PSp_{2n}(q)$, $P\Omega_{2n+1}(q)$, где $n \geq 19$, либо q чётно, $n \neq 2, 4$ и $(n, q) \neq (3, 2)$;*
5) *$P\Omega^+_{2n}(q)$, где $n \geq 31$, либо q чётно и $(n, q) \neq (4, 2)$;*
6) *$P\Omega^-_{2n}(q)$, где $n \geq 30$, либо q чётно.*

Тогда любая группа, изоспектральная L, изоморфна группе G, для которой $L \leq G \leq \operatorname{Aut} L$. В частности, существует лишь конечное количество попарно неизоморфных конечных групп, изоспектральных L.

Оценки на размерности из теоремы A были позже улучшены в [22].

Отметим, что проблема распознаваемости простых групп по спектру (в указанной выше постановке) не включает в себя исследование групп, изоспектральных нераспознаваемым группам, поэтому наряду с данной проблемой актуальной является также проблема описания групп, изоспектральных нераспознаваемым простым группам, исследованию которой и посвящена диссертация.

Проблема 1. *Для каждой нераспознаваемой неабелевой простой группы описать строение конечных групп, ей изоспектральных.*

В работе [14] Мазуров и В. Дж. Ши доказали, что группа нераспознаваема тогда и только тогда, когда она изоспектральна группе, содержащей нетривиальную разрешимую нормальную подгруппу. Кроме того, в этой же работе было сформулировано понятие критической группы, которое оказывается крайне полезным при исследовании нераспознаваемых групп.

Пусть ω — некоторое подмножество множества натуральных чисел. Конечная группа G называется *критической относительно* ω (или ω-*критической*), если ω совпадает со спектром группы G и не совпадает со спектром любой её собственной секции, т. е. секции, отличной от G. (Под *секциями* группы G мы понимаем гомоморфные образы её подгрупп.)

Критические группы являются своего рода минимальными группами с данным спектром. Важнейшее для нашего исследования свойство критических групп заключается в том, что для любой группы G (в частности, нераспознаваемой) существует лишь конечное количество критических групп со спектром, как у группы G (см. [14]). Таким образом, понятие критической группы позволяет выделить из проблемы 1 следующую подпроблему.

Проблема 2. *Для каждой нераспознаваемой неабелевой простой группы описать все критические группы, ей изоспектральные.*

Стоит отметить, что, как следует из теоремы 1 настоящей работы, не существует независимой константы, ограничивающей сверху количество критических групп, имеющих один и тот же спектр. Однако существует гипотеза о том, что если рассматривать лишь спектры неабелевых простых групп, такая константа есть.

Степень проработанности темы

Как уже отмечалось ранее, среди неабелевых простых знакопеременных, спорадических групп и ислючительных групп лиева типа нераспознаваемыми являются лишь группы A_6, A_{10}, J_2 и ${}^3D_4(2)$. Ситуация же с классическими группами лиева типа является несколько более сложной. Из теоремы А следует, что все классические группы достаточно большой размерности являются почти распознаваемыми. Однако к настоящему времени не обо всех классических группах установлено, являются ли они распознаваемыми, почти распознаваемыми или нераспознаваемыми.

Все известные на данный момент нераспознаваемые неабелевы простые группы приведены в таблице 1. В третьем столбце данной таблицы указана группа, изоспектральная G, содержащая нетривиальную разрешимую нормальную подгруппу (существование такой группы доказано в [14]).

Отметим, что, как следует из [12], любая группа, изоспектральная группе ${}^3D_4(2)$, имеет секцию, изоморфную ${}^3D_4(2)$, поэтому группа ${}^3D_4(2)$ является единственной с точностью до изоморфизма критической группой с таким спектром.

Таблица 1. Известные нераспознаваемые простые группы

G	Условия на G	H	Библиография
A_6		$2^4 : A_5$	[15]
A_{10}		$(7^4 \times 3^{12}) : (2.S_5)$	[9]
J_2		$2^6 : A_8$	[21]
${}^3D_4(2)$		$2^{24} : {}^3D_4(2)$	[12]
$PSL_3(3)$		$13^4 : (2.S_4)$	[10]
$PSL_4(13^{24})$		$13^{96} : PSL_4(13^{24})$	[24]
$PSU_3(q)$	$q = 5$	$2^{18} : PSL_3(4)$	[9]
	q — число Мерсенна, q и $q^2 - q + 1$ простые	$2^k : PSU_3(q)$	[8]
$PSU_5(2)$		$3^5 : M_{11}$	[9]
$PSp_4(q)$	$q = 3$	$3^4 : S_5$	[9]
	$q = 2^m$, $m > 1$	$2^{8m} : PSL_2(q^2)$	[13]
	$q = 3^{2m}$	$3^{28m} : PSL_2(q^2)$	[10]
	$q = p^m$, $p > 3$, p простое	$p^{8m} : (PSL_2(q^2).2)$	[10]
$PSp_8(q)$	$q = p^m$, $p \neq 2, 7$, p простое	$p^{8m} : (P\Omega_8^-(q).2)$	[7]
$P\Omega_9(q)$	$q = p^m$, p простое	$p^{8m} : P\Omega_8^-(q)$	[17]

Основные результаты диссертации

1. Доказано, что не существует общей независимой константы, ограничивающей количество неизоморфных конечных групп, критических относительно одного и того же подмножества множества натуральных чисел (теорема 1).

2. Получено полное описание критических групп со спектром, как у знакопеременных групп A_6 и A_{10}, спорадической группы J_2 и проективной специальной линейной группы $PSL_3(3)$ (теоремы 2, 3, 4 и 6). Теоремы 2–4 завершают решение проблемы 2 для неабелевых простых знакопеременных, спорадических групп и исключительных групп лиева типа (теорема 5).

3. Описано строение конечных групп (в частности, критических) со спектром, как у проективной специальной унитарной группы $PSU_3(3)$, а также проективных симплектических групп $PSp_4(q)$, где q — степень простого числа и $q > 3$ (теоремы 7, 8).

Методы исследования

По теореме Мазурова–Ши [14] любая нераспознаваемая группа изоспектральна группе H с нетривиальной нормальной элементарной абелевой p-подгруппой K для некоторого простого числа p. Действие группы H на K сопряжениями задаёт её естественный гомоморфизм в линейную группу характеристики p. Поэтому одним из основных инструментов, используемых в диссертации, является теория представлений, в том числе, модулярных. В частности, используются классические результаты о фробениусовом действии, а также элементы теории обыкновенных и брауэровых характеров.

Во многом изучение групп, изоспектральных нераспознаваемым неабелевым простым группам, базируется на теореме Грюнберга–Кегеля [23], которая описывает структуру групп с несвязным графом простых чисел. Данная теорема несёт достаточно важную информацию о структуре групп, изоспектральных нераспознаваемым неабелевым простым группам, поскольку среди известных на данный момент нераспознаваемых неабелевых простых групп лишь группы A_{10} и $PSL_4(13^{24})$ имеют связные графы простых чисел. Группа A_{10}, кроме того, является одной из всего лишь четырёх неабелевых простых групп, изоспектральных разрешимым группам (см. [19]). Кроме этой группы, данным свойством обладают группы $PSL_3(3)$, $PSU_3(3)$ и $PSp_4(3)$. Все остальные неабелевы простые группы не могут быть изоспектральны разрешимым группам, поэтому теорема Грюнберга–Кегеля накладывает достаточно серьёзные ограничения на возможное строение групп, изоспектральных таким неабелевым простым группам. Исследование групп, изоспектральных неабелевым простым группам, во многом облегчается тем, что спектры неабелевых простых групп известны и явно описаны. (Список работ, содержащих данные результаты, слишком велик, чтобы приводить его здесь, но все необходимые ссылки можно найти в [2].)

Новизна и научная значимость работы

В диссертации сделан существенный шаг в изучении конечных нераспознаваемых групп. Показано, что не существует константы, ограничивающей сверху количество групп, критических относительно одного и того же подмножества множества натуральных чисел (теорема 1). Найдены все критические группы со спектрами, как у знакопеременных групп A_6, A_{10}, спорадической группы J_2 и классической группы лиева типа $PSL_3(3)$ (теоремы 2–4 и 6). Теоремы 2–4, по модулю известных результатов, решают проблему 2 для неабелевых простых знакопеременных, спорадических групп и исключительных групп лиева типа (см. теорему 5). Описаны группы (в частности, критические) со спектром, как у проективной специальной линейной группы $PSU_3(3)$, а также проективных симплектических групп $PSp_4(q)$, где q — степень простого числа и $q > 3$ (теоремы 7, 8). Все полученные результаты являются новыми.

Результаты диссертации могут быть использованы в дальнейших исследованиях в области теории групп, связанных с вопросами распознаваемости и критичности относительно подмножеств множества натуральных чисел, а также могут быть включены в спецкурсы для студентов и аспирантов, специализирующихся в области алгебры.

Публикации

Результаты диссертации опубликованы в работах [25–46]. Основные результаты диссертации опубликованы в [25–28] в изданиях, входящих в перечень ВАК рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук.

Апробация работы

Результаты диссертации докладывались на международной конференции «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2015, 2016, 2017 гг.), международной конференции «Young algebraists' conference» (Лозанна, Швейцария, 2017 г.), международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и физики» (Нальчик, 2017 г.), XI школе-конференции по теории групп (Красноярск, 2016 г.), международной конференции «Дискретная математика, алгебра и их приложения» (Минск, Беларусь, 2015 г.), международной конференции «Groups and their actions» (Бедлево, Польша, 2015 г.), международной конференции «X International Algebraic Conference in Ukraine» (Одесса, Украина, 2015 г.), международной конференции «Groups and graphs, algorithms and automata» (Екатеринбург, 2015 г.), XIII международной конференции «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения» (Тула, 2015 г.), международной конференции «Алгебра и приложения» (Нальчик, 2014 г.), международной школе-конференции «Теория групп и её приложения» (Нальчик, 2014 г.), международной конференции «Mathematics in Armenia: Advances and perspectives» (Цахкадзор, Армения, 2013 г.), международной конференции «Современные проблемы математики» (Екатеринбург, 2013 г.), 51-й, 52-й и 53-й международной научной студенческой конференции МНСК (Новосибирск, 2013, 2014, 2015 гг.).

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, 8 глав, заключения и списка литературы. Она изложена на 73 страницах, включает 1 таблицу. Главы диссертации подразделяются на параграфы. Основные результаты глав сформулированы в виде теорем и имеют сквозную нумерацию. Вспомогательные утверждения (леммы, предложения) имеют тройную нумерацию: первая цифра указывает на номер главы, вторая — на номер параграфа в главе, третья — на номер утверждения в текущем параграфе. Список литературы содержит 84 наименования. Работы автора по теме диссертации приведены отдельным списком.

Содержание диссертации

Введение к диссертации посвящено описанию задачи, её актуальности и степени её проработанности. Приводятся основные результаты диссертации и методы, используемые в исследовании. Также здесь отражается теоретическая значимость результатов исследования и их новизна. В конце приводятся данные об апробации и публикации полученных результатов, а также краткое содержание диссертации.

В **главе 1** приводятся необходимые предварительные сведения. В первом параграфе данной главы перечисляются обозначения, используемые в диссертации. Второй параграф главы посвящён вспомогательным результатам, необходимым в дальнейших доказательствах.

Глава 2 посвящена доказательству того, что в общем случае не существует независимой константы, ограничивающей сверху количество групп, критических относительно одного и того же подмножества множества натуральных чисел. Это утверждение вытекает из следующей теоремы.

Теорема 1. *Пусть s — натуральное число и дано множество*

$$\{p_{ij} \mid i = 1, \ldots, s, j = 1, 2\}$$

попарно различных простых чисел. Тогда существует по меньшей мере 2^s попарно не изоморфных групп, критических относительно множества

$$\omega_0 = \{n_1 \cdots n_s \mid n_i \in \{1, p_{i1}, p_{i2}\}\}.$$

Как уже отмечалось раньше, существует гипотеза о том, что если рассматривать лишь спектры неабелевых простых групп, такая независимая константа есть.

Доказательство теоремы 1 базируется на свойствах действия аддитивной группы конечного поля на определённой простой подгруппе мультипликативной группы этого же поля. Эти свойства описываются в параграфе 2.1. Само доказательство теоремы приведено в параграфе 2.2.

В **главе 3** описываются критические группы со спектром, как у знакопеременной группы A_6. Эти группы перечислены в следующей теореме.

Теорема 2. *Пусть G — конечная группа, критическая относительно множества $\omega(A_6)$. Тогда G либо изоморфна группе A_6, либо является полупрямым произведением элементарной абелевой группы N порядка 16 на группу $H \simeq A_5$, причём действие H на N определяется как естественное действие группы $SL_2(4) \simeq A_5$ на векторном пространстве $GF(4)^2$.*

Данная теорема хорошо иллюстрирует упомянутую ранее теорему Мазурова–Ши о том, что для любой нераспознаваемой группы существует изоспектральная ей группа, которая содержит нормальную разрешимую подгруппу. Доказательство данной теоремы приведено в параграфе 3.1.

Глава 4 посвящена описанию групп, критических относительно спектра знакопеременной группы A_{10} (теорема 3). Как и в случае с группой A_6, в данном случае сама группа A_{10} является критической, и помимо неё существует ровно одна группа, критическая относительно $\omega(A_{10})$. Эта группа является полупрямым произведением абелевой группы экспоненты 21 на расширение группы порядка 2 с помощью симметрической группы S_5. Соответствующее групповое действие задано матрицами и определяется однозначно с точностью до подобия.

Доказательство теоремы базируется на лемме, сформулированной в параграфе 4.1. Само доказательство теоремы приведено в параграфе 4.2.

В **главе 5** описываются критические группы, изоспектральные группе J_2 (теорема 4). В отличие от предыдущих случаев, существует 3 неизоморфные группы, критические относительно спектра группы J_2. Помимо последней, таковыми являются также симметрическая группа S_8 и группа, являющаяся полупрямым произведением знакопеременной группы A_8 на элементарную абелеву группу порядка 2^6. Доказательство этой теоремы приведено в параграфе 5.1.

Как упоминалось ранее, теоремы 2–4 завершают решение проблемы 2 для неабелевых простых знакопеременных и спорадических групп и исключительных групп лиева типа. Это утверждение сформулировано в параграфе 5.2.

Теорема 5. *Для каждой конечной неабелевой простой знакопеременной, спорадической группы и исключительной группы лиева типа все критические группы с тем же спектром известны; в частности, количество таких попарно не изоморфных групп не превосходит* 3.

Глава 6 посвящена описанию критических групп со спектром, как у линейной группы $PSL_3(3)$ (теорема 6). Таких групп две: помимо самой группы $PSL_3(3)$, существует также группа Фробениуса, критическая относительно множества $\omega(PSL_3(3))$. Отметим, что группа $PSL_3(3)$ является одной из всего лишь двух неабелевых простых групп, которые могут быть изоспектральны группам Фробениуса.

Доказательство данной теоремы приведено в параграфе 6.1.

В **главе 7** исследуется строение групп, изоспектральных унитарной группе $PSU_3(3)$ (теорема 7). Из всех исследованных неабелевых простых групп именно группа $PSU_3(3)$ имеет наибольшее количество критических групп с таким же спектром: их по меньшей мере 7. Кроме того, группа $PSU_3(3)$ является единственной неабелевой простой группой, которая может быть изоспектральна одновременно и группе Фробениуса, и удвоенной группе Фробениуса.

Согласно теореме 7 группа, изоспектральная группе $PSU_3(3)$, является либо группой Фробениуса, либо удвоенной группой Фробениуса, либо расширением 2-группы с помощью групп $PSL_2(7)$, $PSU_3(3)$ или их групп автоморфизмов. Доказано, что сама группа $PSU_3(3)$ является критической, а также существует единственная критическая группа Фробениуса с таким спектром и единственное критическое расширение 2-группы с помощью группы $PGL_2(7)$ (группы автоморфизмов группы $PSL_2(7)$). Кроме того, существует по меньшей мере две неизоморфные критические удвоенные группы Фробениуса и два критических расширения 2-группы с помощью $PSL_2(7)$, изоспектральных группе $PSU_3(3)$.

Предварительные результаты, необходимые для доказательства этой теоремы, приведены в параграфе 7.1. Само доказательство теоремы занимает несколько разделов: случай групп Фробениуса разбирается в параграфе 7.2, случай удвоенных групп Фробениуса — в параграфе 7.3, расширения с помощью $PGL_2(7)$ исследуются в параграфе 7.4, с помощью $PSL_2(7)$ — в параграфе 7.5, наконец, расширения с помощью группы $PSU_3(3)$ и её группы автоморфизмов исследуются в параграфе 7.6.

Глава 8 посвящена исследованию строения групп, изоспектральных симплектическим группам $PSp_4(q)$, где $q > 3$. Доказывается

Теорема 8. *Пусть G — конечная группа, изоспектральная группе $PSp_4(q)$, где q является степенью простого числа p и $q > 3$. Тогда в G существует нильпотентная нормальная подгруппа K, такая, что $P \leq G/K \leq \operatorname{Aut} P$, где группа P изоморфна $PSp_4(q)$ или $PSL_2(q^2)$. Подгруппа K тривиальна, если $P \simeq PSp_4(q)$, и является p-группой, если $P \simeq PSL_2(q^2)$. В последнем случае группа K нетривиальна при $p > 2$. Факторгруппа G/K является расширением группы P посредством полевого автоморфизма τ порядка 2^m, $m \geq 0$.*

Отметим, что в данной теореме, в отличие от всех предыдущих, исследуется бесконечная серия нераспознаваемых неабелевых простых групп.

Параграф 8.1 содержит необходимые предварительные результаты. Само доказательство теоремы приведено в параграфе 8.2. В параграфе 8.3 сформулированы замечания к данной главе.

В **заключении** приводятся основные результаты диссертации. Далее следует **список литературы**.

Автор выражает глубокую признательность своему научному руководителю профессору А. В. Васильеву и чл.-корр. В. Д. Мазурову за поставленные задачи, всестороннюю поддержку и помощь в работе.

Список литературы

[1] Адян С. И. Исследование по проблеме Бернсайда и связанным с ней вопросам. *Тр. МИАН СССР*, 168:171–196, 1984.

[2] Бутурлакин А. А. Спектры групп $E_8(q)$. *Алгебра и логика*, 57(1):3–13, 2018.

[3] Васильев А. В. Распознавание конечных групп по спектру. Диссертация на соискание ученой степени доктора физ.-мат. наук. Новосибирск, 2005.

[4] Васильев А. В., Гречкосеева М. А. Распознаваемость по спектру для простых классических групп в характеристике 2. *Сиб. мат. журн.*, 56(6):1264–1276, 2015.

[5] Васильев А. В., Старолетов А. М. Почти распознаваемость по спектру простых исключительных групп лиева типа. *Алгебра и логика*, 53(6):669–692, 2014.

[6] Горшков И. Б. Распознаваемость знакопеременных групп по спектру. *Алгебра и логика*, 52(1):57–63, 2013.

[7] Гречкосеева М. А. О спектрах почти простых расширений ортогональных групп чётной размерности. *Сиб. мат. журн.*, 2018.

[8] Заварницин А. В. Распознавание простых групп $U_3(q)$ по порядкам элементов. *Алгебра и логика*, 45(2):185–202, 2006.

[9] Мазуров В. Д. Распознавание конечных групп по множеству порядков их элементов. *Алгебра и логика*, 37(6):651–666, 1998.

[10] Мазуров В. Д. Распознавание конечных простых групп $S_4(q)$ по порядкам их элементов. *Алгебра и логика*, 41(2):166–198, 2002.

[11] Мазуров В. Д. Группы с заданным спектром. *Изв. Урал. гос. ун-та*, 36:119–138, 2005.

[12] Мазуров В. Д. Нераспознаваемость конечной простой группы ${}^3D_4(2)$ по спектру. *Алгебра и логика*, 52(5):601–605, 2013.

[13] Мазуров В. Д., Су М. Ч., Чао Ч. П. Распознавание конечных простых групп $L_3(2^m)$ и $U_3(2^m)$ по порядкам их элементов. *Алгебра и логика*, 39(5):567–585, 2000.

[14] Мазуров В. Д., Ши В. Дж. Признак нераспознаваемости конечной группы по спектру. *Алгебра и логика*, 51(2):239–243, 2012.

[15] Brandl R., Shi W. J. Finite groups whose element orders are consecutive integers. *J. Algebra*, 143(2):388–400, 1991.

[16] Feit W., Thompson J. G. Solvability of groups of odd order. *Pacific. J. Math.*, 13:775–1029, 1963.

[17] Grechkoseeva M. A., Staroletov A. M. Unrecognizability by spectrum of finite simple orthogonal groups of dimension nine. *Sib. Èlektron. Mat. Izv.*, 11:921–928, 2014.

[18] Grechkoseeva M. A., Vasil'ev A. V. On the structure of finite groups isospectral to finite simple groups. *J. Group Theory*, 18(5):741–759, 2015.

[19] Lucido M. S., Moghaddamfar A. R. Groups with complete prime graph connected components. *J. Group Theory*, 73(3):373–384, 2004.

[20] Mazurov V. D., Shi W. J. A note to the characterization of sporadic simple groups. *Algebra Colloq.*, 5(3):285–288, 1998.

[21] Praeger C. E., Shi W. J. A characterization of some alternating and symmetric groups. *Commun. Algebra*, 22(5):1507–1530, 1994.

[22] Staroletov A. M. On almost recognizability by spectrum of simple classical groups. *Int. J. Group Theory*, 6(4):7–33, 2017.

[23] Williams J. S. Prime graph components of finite groups. *J. Algebra*, 69(2):487–513, 1981.

[24] Zavarnitsine A. V. Exceptional action of the simple groups $L_4(q)$ in the defining characteristic. *Sib. Èlektron. Mat. Izv.*, 5:68–74, 2008.

Работы автора по теме диссертации

[25] Lytkin Y. V. On groups critical with respect to a set of natural numbers. *Sib. Èlektron. Mat. Izv.*, 10:666–675, 2013.

[26] Лыткин Ю. В. Группы, критические относительно спектров знакопеременных и спорадических групп. *Сиб. мат. журн.*, 56(1):122–128, 2015.

[27] Лыткин Ю. В. О конечных группах, изоспектральных группе $U_3(3)$. *Сиб. мат. журн.*, 58(4):813–827, 2017.

[28] Lytkin Y. V. On finite groups isospectral to the simple groups $S_4(q)$. *Sib. Èlektron. Mat. Izv.*, 15:570–584, 2018.

[29] Лыткин Ю. В. О числе неизоморфных групп, критических относительно спектра. *Современные проблемы математики: тезисы Международной (44-й Всероссийской) молодежной школы-конференции. Екатеринбург, 27 января – 2 февраля 2013 г.*, Екатеринбург: ИММ УрО РАН:44, 2013.

[30] Лыткин Ю. В. О группах, критических относительно спектра. *Материалы 51-й международной научной студенческой конференции «Студент и научно-технический прогресс»: Математика. Новосибирск, 12–18 апреля 2013 г.*, Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск:14, 2013.

[31] Lytkin Y. V. On groups, critical with respect to a spectrum. *Second international conference «Mathematics in Armenia: Advances and perspectives». Abtstracts. Tsaghkarzor, Armenia, 24–31 August 2013*, 124, 2013.

[32] Лыткин Ю. В. Критические группы со спектром как у неабелевой простой группы. *Материалы 52-й международной научной студенческой конференции МНСК-2014: Математика. Новосибирск, 11–18 апреля 2014 г.*, Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск:11, 2014.

[33] Lytkin Y. V. Groups critical with respect to the spectrum of a non-abelian simple group. *Алгебра и приложения: труды Международной конференции по аглебре, посвящённой 100-летию со дня рождения Л. А. Калужнина. Нальчик, 6–11 сентября 2014 г.*, Нальчик: издательство КБГУ:132–133, 2014.

[34] Лыткин Ю. В. О группах, критических относительно спектра неабелевой простой группы. *Теория групп и её приложения: труды Международной школы-конференции по теории групп, посвящённой 70-летию В. В. Кабанова. Нальчик, 11–14 сентября 2014 г.*, Нальчик: издательство КБГУ:37, 2014.

[35] Лыткин Ю. В. О группах, изоспектральных группе $U_3(3)$. *Материалы 53-й международной научной студенческой конференции МНСК-2015: Математика. Новосибирск, 11–17 апреля 2015 г.*, Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск:13, 2015.

[36] Лыткин Ю. В. Критические группы, изоспектральные группе $U_3(3)$. *Международная конференция «Мальцевские чтения», посвящённая 75-летию Ю. Л. Ершова: тезисы докладов. Новосибирск, 3–7 мая 2015 г.*, 109, 2015.

[37] Лыткин Ю. В. О конечных группах, изоспектральных простой группе $U_3(3)$. *Материалы XIII Международной конференции «Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы и приложения»,*

посвящённой 80-летию со дня рождения проф. С. С. Рышкова. Тула, 25–30 мая 2015 г., Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого:87–89, 2015.

[38] Lytkin Y. V. Critical groups isospectral to $U_3(3)$. *Groups and their actions: Abstracts. Bedlewo, Poland, 22–26 June 2015*, 14–15, 2015.

[39] Lytkin Y. V. Compositional structure of groups isospectral to $U_3(3)$. *Groups and graphs, algorithms and automata: Abstracts of the International Conference and PhD Summer School. Yekaterinburg, 9–15 August 2015*, Yekaterinburg: UrFU Publishing house:66, 2015.

[40] Lytkin Y. V. Groups critical with respect to the spectrum of $U_3(3)$. *X International Algebraic Conference in Ukraine dedicated to the 70th anniversary of Yu. A. Drozd: Abstracts. Odessa, Ukraine, 20–27 August 2015*, Odessa: TES:70, 2015.

[41] Lytkin Y. V. Critical groups with spectra coinciding with the spectrum of $U_3(3)$. *Международная научная конференция «Дискретная математика, алгебра и их приложения»: тезисы докладов. Минск, Беларусь, 14–18 сентября 2015 г.*, Институт математики НАН Беларуси:68, 2015.

[42] Лыткин Ю. В. Конечные группы, критические относительно спектра простой группы $U_3(3)$. *XI Школа-конференция по теории групп: тезисы докладов Международной конференции, посвящённой 70-летию С. И. Ольшанского. Красноярск, 27 июля – 2 августа 2016 г.*, Красноярск: Сиб. федер. ун-т:38–40, 2016.

[43] Лыткин Ю. В. О группах, изоспектральных группе $U_3(3)$. *Международная конференция «Мальцевские чтения»: тезисы докладов. Новосибирск, 21–25 ноября 2016 г.*, 94, 2016.

[44] Лыткин Ю. В. О конечных группах, изоспектральных группам $S_4(q)$. *Материалы Международной научной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики и физики». Нальчик, 17–21 мая 2017 г.*, Нальчик: издательство КБГУ:130–131, 2017.

[45] Lytkin Y. V. On finite groups isospectral to $S_4(q)$. *Young algebraists' conference: Abstracts. Lausanne, Switzerland, 5–9 June 2017*, 3, 2017.

[46] Лыткин Ю. В. Группы, изоспектральные группам $S_4(q)$. *Международная конференция «Мальцевские чтения»: тезисы докладов. Новосибирск, 20–24 ноября 2017 г.*, 77, 2017.

Лыткин Юрий Всеволодович

Группы, критические относительно спектров конечных групп

Автореферат диссертации
на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук