

## О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе А.С. Авилович "Эволюционные уравнения дробного порядка с секториальными операторами", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

В последние десятилетия при математическом моделировании различных процессов и явлений активно используется дробное дифференциальное исчисление. Поэтому исследование дифференциальных уравнений с дробными производными и интегралами представляет большой интерес и с точки зрения прикладных задач, и с точки зрения развития теории дифференциальных уравнений. Одним из подходов к изучению начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений с частными производными, в том числе дробными, является рассмотрение дифференциальных уравнений в банаховых или локально выпуклых пространствах, когда дифференциальные операторы по части переменных, как правило пространственных, присутствуют в задаче в виде абстрактных операторов. Этот подход в каких-то случаях приводит к потере точности результатов, но позволяет охватывать сразу целые классы дифференциальных уравнений и систем уравнений. В диссертационной работе предлагаются оригинальные методы исследования однозначной разрешимости начальных задач для дифференциальных уравнений с дробными производными Римана - Лиувилля в банаховых пространствах с неограниченными операторами. Учитывая постоянное расширение области приложений теории дробных дифференциальных уравнений, можно утверждать, что исследования, проведенные в диссертации, являются актуальными.

Кратко остановимся на содержании диссертационной работы. Она состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы. Объем диссертации составляет 106 страниц. Во введении сформулированы цели и задачи работы, положения, выносимые на защиту, апробация результатов и личный вклад автора. В первой главе используется понятие секториальности оператора, которое гарантирует (согласно теореме Я. Прюсса - Э. Бажлековой) существование аналитического в секторе разрешающего семейства операторов линейного однородного уравнения с дробной производной и с секториальным оператором при искомой функции. Отметим, что в случае уравнения первого порядка соответствующий класс секториальных операторов представляет собой в точности множество инфинитезимальных генераторов аналитических в секторе полугрупп операторов. В работе получены теоремы об однозначной разрешимости в смысле классических решений задачи типа Коши для неоднородного уравнения в банаховом пространстве с дробной производной Римана - Лиувилля и с секториальным оператором. На функцию в правой части уравнения накладывается условие непрерывности в норме графика соответствующего секториального оператора или условие гельдеровости. Эти результаты позволили получить теоремы о локальной однозначной разрешимости задачи типа Коши для соответствующих полулинейных уравнений. Абстрактные результаты использованы при исследовании начально-краевых задач для класса уравнений с многочленами от самосопряженного эллиптического дифференциального по пространственным переменным оператора, для системы уравнений фазового поля и др. Вторая глава диссертации посвящена адаптиванию методов теории вырожденных полугрупп операторов к уравнениям

с линейным вырожденным оператором при дробной производной, называемым вырожденными эволюционными уравнениями. Для этого введено в рассмотрение понятие секториальности пары операторов, которое играет ту же роль, что и секториальность оператора в уравнениях первой главы. Для линейного неоднородного или полулинейного уравнения с секториальной парой линейных неограниченных операторов (вырожденный оператор при дробной производной и оператор при искомой функции) показано, что оно распадается в систему двух уравнений на взаимно дополняющих друг друга подпространствах, одно из уравнений разрешено относительно производной и удовлетворяет условиям первой главы, а другое является тривиальным. Результаты для вырожденных уравнений в банаховых пространствах использованы для упомянутого выше класса уравнений с многочленами от самосопряженного эллиптического дифференциального оператора по пространственным переменным в случае, когда многочлен при дробной производной имеет нули на спектре этого оператора. Кроме того, с помощью абстрактных результатов для вырожденных уравнений исследованы также линеаризованная квазистационарная система уравнений фазового поля, линеаризованная система уравнений Навье - Стокса. В заключении приведены основные результаты, рекомендации и перспективы дальнейшего развития темы исследования.

К диссертации имеются замечания.

1. В тексте имеются ссылки на результаты из других работ или монографий. Однако, ссылки следует указывать более точно, например, теорема 3.1 в [23], а не просто теорема из [23], в последнем случае найти соответствующую теорему практически невозможно, особенно если приводится ссылка на монографию. Имеются и ссылки вообще непонятно на что типа ссылки (2-я строчка на стр. 45):  $B \in C^\infty(Z; H^{2rn}(\Omega))$  в силу [88].

2. Не определена ветвь степенной функции  $\lambda^\alpha$  (см. пар.1,2 гл.1).

3. Нет сравнений уже известных результатов с полученными результатами. Например, результаты гл. 1 (параграфы 2,3) в той или иной степени имеются в литературе, можно сослаться на работу [75], которая имеется в списке литературы в диссертации.

4. Во второй строчке перед формулировкой теоремы 1.3.1 по-видимому опечатка: параметр  $\theta$  надо заменить на  $\theta_0$ .

5. На стр. 20, на 6-я строчке снизу предполагается что  $\theta \in (0, \pi/2)$  а в третьей строчке снизу фактически предполагается что  $\theta > \pi/2$ . Одна из этих записей некорректна, по смыслу первая.

6. В работе никак не обсуждается вопрос о величине  $\alpha$  являющейся порядком дробной производной входящей в уравнение. По определению, должно быть  $\alpha < 2$ , иначе класс рассматриваемых секториальных операторов практически пуст (в нем фактически не остается неограниченных операторов). Желательно привести описание этого класса в зависимости от  $\alpha$ .

7. Теорема 1.5.1. В предпоследней строчке утверждения теоремы индекс  $\alpha$  должен быть снизу, а не сверху.

8. В доказательстве теоремы 1.5.1 следует пояснить обозначение  $\varphi_k$ .

9. Остаётся неосвещенным вопрос о разрешимости полулинейных уравнений с дробными производными Римана - Лиувилля, порядки которых отличаются на дробные числа.

Отмеченные замечание не носят принципиального характера и не влияют на общее положительное впечатление о диссертации.

Диссертационная работа А.С. Авилович "Эволюционные уравнения дробного порядка с секториальными операторами" является законченным научным исследованием и соответствует специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы

и оптимальное управление. Поставленные задачи решены полностью, доказательства теорем проведены на строгом математическом уровне. Все положения, выносимые на защиту, являются новыми и достоверными. Автореферат соответствует содержанию диссертации. Материалы диссертации опубликованы в 14 работах, в том числе в 3 статьях, опубликованных в журналах, входящих в международные реферативные базы данных Web of Science и Scopus. Результаты диссертационной работы А.С. Авилович докладывались и обсуждались на многих научных конференциях и семинарах. Результаты работы носят теоретический характер и могут быть использованы специалистами по дифференциальным уравнениям, математической физике. Разработанные методы апробированы на многих примерах, с помощью этих методов получены новые результаты. Считаю, что диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемых к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Авилович Анна Сергеевна, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

08.06.2021

Официальный оппонент,  
д-р физ.-матем. наук (специальность 01.01.02 -  
дифференциальные уравнения, динамические  
системы и оптимальное управление), профессор,  
профессор Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
"Югорский государственный университет"

Пятков Сергей Григорьевич

Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
"Югорский государственный университет"  
628012, г. Ханты-Мансийск, ул. Чехова 16,  
Тел. +7 (3467) 377-000, e-mail: ugrasu@ugrasu.ru,

