

«УТВЕРЖДАЮ»
Проректор ФГБОУ ВО «ИГУ»
по научной работе и
международной деятельности
д-р социологических наук,
доцент


К.В. Григоричев
« 27 » октября 2021г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертационную работу
Байбулатовой Гузель Дамировны
«Полулинейные вырожденные эволюционные уравнения с дробными
производными. Задачи оптимального управления», представленной на
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по
специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические
системы и оптимальное управление»

Попытки найти новые методы построения математических моделей привели исследователей к мысли о применении теории дробного исчисления в уже известных задачах. Как показало дальнейшее развитие, наличие дробной производной зачастую оправдано более точным соответствием экспериментальным данным. В частности, уравнениями с дробными производными по времени описываются различные процессы при движении вязкоупругих жидкостей, движении в средах с фрактальной структурой и др. Среди соответствующих задач математической физики можно выделить отдельный класс начально-краевых задач для уравнений, не разрешимых относительно старшей производной по времени. Именно такие задачи, а также важные в прикладных исследованиях задачи оптимального управления для систем соответствующего вида исследуются в данной диссертации. Поэтому тема диссертационной работы является актуальной.

Начало изучению дробных уравнений положили Лиувилль, Абель, Риман и др. На данный момент существует большое количество работ, посвященных теории дробного интегро-дифференцирования и

дифференциальных уравнений с дробными производными. Среди современных можно упомянуть работы I. Podlubny, A.A. Килбаса, J.J. Trujillo, A.M. Нахушева, A.B. Псху, A.B. Глушака, P.K. Газизова, в которых изучаются обыкновенные дифференциальные уравнения и уравнения в частных производных дробного порядка. Близкими к диссертационной работе Г.Д. Байбулатовой являются работы В.Е. Федорова, M. Kostić и A. Debbouche, в которых рассматриваются различные задачи, в том числе задачи оптимального управления, для уравнений, не разрешённых относительно старшей дробной производной.

В представленной на рассмотрение диссертационной работе изучаются уравнения, не разрешимые относительно старшей дробной производной Герасимова – Капуто по времени, при этом содержащие дробные производные младшего порядка под знаком нелинейного оператора. Данное направление исследований является достаточно новым, при этом изучение вопросов разрешимости для операторно-дифференциальных уравнений позволяет охватить широкий класс начально-краевых задач для уравнений и систем уравнений в частных производных. Обобщение теории оптимального управления на уравнения дробного порядка также является актуальной задачей, решаемой в данной диссертации, поскольку ввиду относительной молодости дробного исчисления вопросы существования оптимального управления для систем, описываемых дробными дифференциальными уравнениями, остаются малоизученными.

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы, содержащего 131 наименование. Объем диссертации составляет 137 страниц.

Во введении проведен обзор литературы по теме диссертации, описаны постановка задачи, методы исследования и приведено краткое содержание работы.

В первой главе для задачи Коши для нелинейных невырожденных уравнений, т. е. разрешённых относительно старшей дробной производной

Герасимова – Капуто, получены условия локальной разрешимости в смысле классических решений. С помощью формулы решения линейного уравнения, использующей операторные функции Миттаг-Лёффлера, выведены условия дополнительной гладкости решения нелинейного уравнения. Полученные результаты используются для исследования вырожденных линейных и полулинейных уравнений с несколькими дробными производными. Вырождение понимается как условие необратимости линейного непрерывного оператора при старшей дробной производной. Нужно отметить, что для вырожденного уравнения автором рассматривается обобщенная задача Шоуолтера – Сидорова, которая содержит специального вида начальные условия, нередко встречающиеся в приложениях для вырожденных уравнений и систем.

Ход исследования второй главы повторяет ход первой, однако здесь речь идет не о классических локальных решениях, а о сильных нелокальных, что существенно меняет рассматриваемые условия на операторы, кроме того, что, как и в первой главе, предполагается, что линейная часть вырожденного уравнения содержит спектрально ограниченную пару операторов. Нелинейный же оператор теперь предполагается каратеодориевым и липшицевым по фазовой переменной (а не локально липшицевым, как в первой главе). Основным результатом следует считать теоремы существования единственного сильного решения на заданном отрезке обобщенной задачи Шоуолтера – Сидорова для вырожденных уравнений дробного порядка. Как и в первой главе, нелинейные уравнения рассматриваются при различных типах условий на нелинейный оператор.

Большим достоинством работы является тот факт, что она содержит многочисленные примеры использования полученных абстрактных результатов. На протяжении обеих глав проводится исследование однозначной разрешимости начально-краевых задач для различных уравнений и систем уравнений в частных производных дробного порядка по времени. Рассматриваются как вырожденные, так и невырожденные случаи.

Метод исследования — редукция начально-краевых задач для уравнений в частных производных к одной из начальных задач для дифференциальных уравнений в абстрактных банаховых пространствах, рассмотренных в предыдущих параграфах.

Третья глава посвящена изучению различных задач оптимального управления для систем, состояние которых описывается исследованными в первых двух главах уравнениями. Рассматриваются задачи с распределённым и стартовым управлением, когда, соответственно, управление содержится в правой части уравнения, либо управляющим воздействием на систему является выбор данных в начальных условиях. Сначала рассматриваются задачи управления с абстрактными функционалами для уравнений в банаховых пространствах. Из таких абстрактных теорем получены следствия для конкретных форм функционалов. Наконец, приложения результатов о разрешимости абстрактных задач управления получены для конкретных задач оптимального управления для уравнений и систем уравнений в частных производных.

Заключение

Результаты диссертации являются новыми. Достоверность выносимых на защиту результатов диссертации не вызывают сомнений. Выводы и заключения диссертации обоснованы и снабжены строгими доказательствами. Для решения поставленных в работе задач использованы методы теории операторов в банаховых пространствах и вырожденных эволюционных уравнений.

По теме диссертации имеется 15 публикаций, из них 8 статей в журналах из Перечня ведущих периодических изданий ВАК или в приравненных к ним журналах международных баз цитирования. Результаты неоднократно докладывались на различных международных и российских научных конференциях и семинарах. Автореферат ясно и полно отражает содержание диссертации.

В качестве замечаний отметим следующее.

1. В основных результатах работы целая часть младших производных в уравнении меньше целой части старшей производной, однако при этом не комментируется, насколько принципиально такое ограничение.
2. Работа содержит опечатки, хотя их количество невелико, например, на стр. 75, на 9 строке сверху вместо $\mathbb{H}_2$ должно быть $\mathbb{H}^2$.

Приведенные замечания не влияют на общее положительное впечатление от диссертации. Автором проделана работа высокого качества. Результаты работы носят законченный характер и, несомненно, получат дальнейшее развитие. Они могут быть использованы при исследованиях, проводимых в Институте математики им. С.Л. Соболева СО РАН, Институте математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Институте прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, Институте динамики систем и теории управления им. В.М. Матросова СО РАН, Белгородском государственном университете, Воронежском государственном университете, Иркутском государственном университете, Уральском федеральном университете им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, Челябинском государственном университете, Югорском государственном университете.

Диссертация является научно-квалификационной работой, в которой содержится решение начальных задач для полулинейных дифференциальных уравнений с несколькими дробными производными и задач оптимального управления для соответствующих систем. Полученные автором результаты вносят вклад в теорию дробных дифференциальных уравнений и теорию оптимального управления.

Считаю, что диссертационная работа Г.Д. Байбулатовой «Полулинейные вырожденные эволюционные уравнения с дробными производными. Задачи оптимального управления» отвечает всем требованиям ВАК Минобрнауки РФ, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук, удовлетворяет критериям пунктов 9-14 Положения о присуждении ученых степеней от 24 сентября 2013 года № 842, а её автор Байбулатова

Гузель Дамировна заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление».

Отзыв подготовлен, обсуждён и утверждён на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений Института математики и информационных технологий федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Иркутский государственный университет» 21 октября 2021 г., протокол № 2.

Заведующий кафедрой математического анализа
и дифференциальных уравнений ИМИТ ИГУ,
доктор физико-математических наук,
профессор



М.В. Фалалеев



Сведения о ведущей организации:

Полное наименование:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Иркутский государственный университет»

Сокращённое наименование: ФГБОУ ВО «ИГУ»

Адрес: 664003, Иркутск, ул. Карла Маркса, 1

Телефон: (3952) 24-22-14, 52-12-98

Адрес в сети Интернет: <https://isu.ru/>

Адрес электронной почты: rector@isu.ru

