

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе Т. Ыскака «Устойчивость решений дифференциальных уравнений с распределенным запаздыванием», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

При моделировании различных физических, биологических процессов, в теории автоматического управления возникают системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом, когда на динамику системы влияет не только ее настоящее состояние, но и ее состояния в некоторые предыдущие моменты времени. Исследования качественного поведения таких систем проводились такими авторами, как А.Д. Мышкис, Л.Э. Эльсгольц, Н.Н.Красовский, Р. Беллман, К.Л. Кук, С.Б. Норкин, В.Б. Колмановский, Дж. Хейл, Н.В. Азбелев и др. Одним из важных аспектов динамики таких систем является устойчивость их стационарных решений. Большое количество работ в последние десятилетия посвящено вопросам устойчивости решений уравнений и автономных линейных систем. В данной диссертационной работе изучаются вопросы устойчивости систем уравнений с распределенным запаздыванием, в том числе неавтономных и нелинейных, поэтому считаю тематику исследования актуальной.

Диссертация Т. Ыскака имеет объем 153 страницы, она состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Во введении сформулированы актуальность темы исследования, цели работы, обзор основных результатов работы, научная новизна, основные положения, выносимые на защиту, методы исследований, теоретическая и практическая значимость, апробация работы.

В первой главе исследуются вопросы устойчивости решений линейных автономных систем уравнений, разрешенных относительно производной, с распределенным запаздыванием. Найдены достаточные условия экспоненциальной устойчивости нулевого решения таких систем, получены оценки экспоненциального убывания решений. Помимо автономных систем рассмотрены неавтономные с периодическими коэффициентами. Рассмотрены также вопросы робастной устойчивости таких систем.

Во второй главе получены условия в терминах матричных неравенств экспоненциальной устойчивости линейных систем уравнений нейтрального типа с распределенным запаздыванием. Под знаком производной находится только функция с сосредоточенным запаздыванием. Получены теоремы об устойчивости динамики автономных и неавтономных периодических систем рассматриваемого класса относительно возмущений коэффициентов в системе уравнений.

Третья глава посвящена изучению вопросов устойчивости нулевого решения для разрешенных относительно производной полулинейных систем с локально липшицевой нелинейной вектор-функцией, удовлетворяющей степенному неравенству роста по двум векторным аргументам. Одним из этих аргументов в системе является неизвестная вектор-функция, а другим – интеграл от нее, определяющий распределенное запаздывание системы. Для таких систем определены содержащее нуль множество начальных состояний и оценка экспоненциального убывания траекторий, берущих свое начало в этом множестве. Аналогичные результаты получены для неавтономных систем с периодическими коэффициентами и функциями.

В четвертой главе исследованы вопросы устойчивости нулевого решения нелинейных систем нейтрального типа с распределенным запаздыванием. Для автономного и неавтономного периодического случаев получены достаточные условия экспоненциальной устойчивости нулевого решения. Для этого в окрестности нуля определено множество начальных состояний, для которых справедлива оценка экспоненциального убывания.

В заключении обсуждаются полученные результаты.

Отметим наличие достаточного количества примеров уравнений и систем с распределенным запаздыванием, иллюстрирующих полученные результаты.

К диссертации имеются незначительные вопросы и замечания.

1. Почему в теореме 2.1.2 и последующих подобных утверждениях выбирается минимальное число l , при котором $\|D^l\| < 1$, и рассматривается три случая соотношения величины $\|D^l\|^2 e^{l\gamma\tau}$ с единицей? Почему, когда это возможно, не взять настолько большее l , чтобы было $\|D^l\|^2 e^{l\gamma\tau} < 1$ и не получить вместо упомянутых трех случаев один экспоненциально устойчивый случай? Это возможно, например, при

нильпотентной матрице D .

2. Хотелось бы увидеть какой-то анализ структуры множества E в теоремах 3.1.1 и 3.2.1. Интересно, содержит ли оно полную окрестность нуля, а если нет, то что происходит с теми траекториями, которые выходят из окрестности нуля, но не из E ?

3. Работа и автореферат практически не содержат опечаток, но обозначение в нижнем индексе \min лучше писать без курсива: \min . Кроме того в многократно используемом выражении

$$\langle H(y(t) + Dy(t - \tau)), (y(t) + Dy(t - \tau)) \rangle$$

скобки вокруг элемента $y(t) + Dy(t - \tau)$ во втором случае явно лишние.

Данные вопросы и замечания не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы.

Заключение о соответствии диссертации критериям, установленным Положением о присуждении ученых степеней.

Диссертация Т. Ыскака «Устойчивость решений дифференциальных уравнений с распределенным запаздыванием» представляет собой законченное научное исследование и соответствует специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Поставленные в работе задачи решены полностью, все теоремы снабжены строгими математическими доказательствами. Выносимые на защиту результаты являются новыми и достоверными. Автореферат полностью соответствует содержанию диссертации.

Диссертация имеет теоретический характер, ее результаты и методы могут быть востребованы специалистами по дифференциальным уравнениям, оптимальному управлению, математическому моделированию.

Результаты диссертации опубликованы в 13 работах, в том числе в 5 статьях в изданиях, входящих в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук. Результаты диссертационной работы докладывались на ряде научных конференций и семинаров.

Диссертационная работа удовлетворяет всем требованиям Положения о присуждении ученых степеней, предъявляемых к диссертаци-

ям на соискание ученой степени кандидата наук, а ее автор, Ыскак Тимур, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 — Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук
по специальностям 01.01.02 — Дифференциальные уравнения,
динамические системы и оптимальное управление,
01.01.01 — Вещественный, комплексный и функциональный анализ,
профессор, профессор кафедры
математического анализа
ФГБОУ ВО «Челябинский государственный
университет»,

Владимир Евгеньевич Федоров,
09.06.2021

454001, г. Челябинск, ул. Братьев Кашириных, 129, Федеральное
государственное бюджетное образовательное учреждение высшего об-
разования «Челябинский государственный университет»

Тел. (351)799-71-06, e-mail: kar@csu.ru

Подпись *Федорова В.Е.*
Аутентика *Аутентика*
статья № *кафедры*