

ОТЗЫВ

Официального оппонента о диссертации Савченко Александра Оливеровича
«Численные и аналитические методы расчёта воздействия
электромагнитного поля на проводящее тело», представленной на соискание
учёной степени доктора физико-математических наук по специальности
05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы
программ.

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы.

Во **введении** кратко описывается структура работы и приводятся в сжатом изложении основные результаты по главам. Здесь же описывается актуальность работы, формулируется её цель, представляются основные методы исследований, научная новизна практическая ценность, а также излишнее здесь, на мой взгляд, краткое изложение результатов по главам. Мне представляется, что было бы полезнее подробнее остановиться на личном вкладе (в текущей версии девять строчек) с акцентом на новизну полученных лично автором результатов. На мой взгляд, здесь вполне было бы достаточно ограничиться весьма чётко сформулированными выносимыми на защиту результатами. По этой части работы у меня есть только одно замечание. Я не могу согласиться с утверждением автора о том, что на границах раздела сред уравнения Максвелла не выполняются (стр. 8), а вместо них нужно ставить условия сопряжения. На само деле эти условия являются следствием интегральной формулировки уравнений Максвелла.

Ещё один дискуссионный момент во введении связан с утверждением автора в разделе «Актуальность» при его оценке по использованию конечно-разностных и/или конечно-элементных методов (стр. 9): «...необходимо отметить, что из-за наличия условий на бесконечности область, где ищется решение, оказывается чрезвычайно большой, что приводит к необходимости использовать огромные вычислительные ресурсы.» В 1994 в работе Berenger J.-P. “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves” (Journal of Computational Physics, 1994, v. 114 (2), 185 - 200) были введены так называемые идеально подходящие слои (PML), охватывающие целевую область и обеспечивающие экспоненциальное затухание электромагнитных волн в ней при отсутствии сколько-либо значимых отражений на границе. Их применение показало эффективность при численном решении задач формирования и электромагнитного поля на ненулевых частотах, в том числе и в квазистационарном режиме (F.L.Teixeira “on aspects of the physical realizability of perfectly matched absorbers for electromagnetic waves” in Radio Sciences, 2003, v.38(2)). Этот подход применим не ко всем задачам, рассмотренным в диссертации, но может быть полезен при решении квазистационарных задач в главах 4 – 6.

В *первой главе* рассматривается задача расчёта электромагнитного поля для проводящего шара, помещённого в неоднородное электрическое поле. Здесь подкупает свободное владение автором теорией классических ортогональных полиномов, в частности, полиномов Лежандра. Используя их ортогональность и некоторые другие свойства удаётся доказать фундаментальную связь между потенциалом внешнего поля и плотностью распределения поверхностного заряда: если одна из этих функций задаётся полиномом степени n , то и другая тоже будет полиномом той же степени, причём соискателю удалось получить явные выражения одних коэффициентов полинома через другие. Весьма оригинальными рассуждениями показано, что полученные результаты остаются верными и для произвольных внешних полей, не обязательно осесимметричных.

Основным результатом этой главы является *Теорема 1.3*, определяющая силу, действующую на шар, находящийся на оси осесимметричного электрического поля. Полученная изящная формула даёт простой и надёжный способ оценки силы по заданному осесимметричному полю. Однако, хотелось бы увидеть некоторые следствия из этого соотношения. В частности:

- Что будет, если потенциал электрического поля не описывается полиномом? Как изменится при этом действующая на шар сила в зависимости от величины отклонения от полинома?
- Что будет, если поле не осесимметрично? Как изменится сила и как изменится траектория?

Вторая глава посвящена рассмотрению взаимодействия эллипсоидальных и осесимметричных проводников и сверхпроводников с осесимметричными электрическими и магнитными полями, ось симметрии которых совпадает с осью симметрии проводящих объектов. То есть автором не только расширяется класс изучаемых объектов, но также вводится в рассмотрение и магнитное поле. Правда, мне не понятно, зачем указывать в названии главы про эллипсоидальные и осесимметричные объекты. Фактически, автором в этой главе рассматриваются эллипсоиды, расположенные соосно внешнему электрическому/магнитному полю.

Для определения поверхностных зарядов/токов автором получены специальные интегральные уравнения Фредгольма первого рода. Несомненной его заслугой здесь является развитие весьма интересного и изящного подхода к решению этих уравнений на основе применения так называемых *производящих функций*. Как и в предыдущей главе, основным свойством, используемым автором является установленный им тот факт, что для эти интегральные операторы переводят полином степени n в полином степени n . Им доказана теорема единственности решения таких уравнений в классе полиномов и предложен эффективный алгоритм для определения коэффициентов искомых полиномов.

На мой взгляд в этой главе не хватает проведения и анализа SVD полученных матриц. Изучение поведения сингулярного спектра позволило бы судить о необходимой/достаточной детальности дискретизации проводника.

В *третьей главе* соискатель предлагает новый подход к вычислению объёмного потенциала заряженного эллипсоида. В своего рода вступлении к этой главе (стр. 82 - 84) приводится краткий обзор возникающих здесь трудностей и перечисляются наиболее употребительные подходы к их преодолению. Автором предложен свой, оригинальный метод вычисления возникающего здесь тройного интеграла, основная идея которого заключается в представлении внутреннего интеграла, допускающем его аналитическое вычисление. На этом пути ему удаётся получить подынтегральную функцию со слабой логарифмической особенностью при вычислении следующего интеграла, которая легко учитывается путём замены переменных при последующем интегрировании.

При работе над этой главой А.О.Савченко продемонстрировал виртуозное владение знаниями классического математического анализа и нашёл оптимальной, на мой взгляд, решение этой сложной трёхмерной задачи, не требующее сколько-либо значимых вычислительных затрат. К этой главе у меня нет никаких существенных замечаний.

В *четвёртой главе* соискатель рассматривает взаимодействие однородного осесимметричного проводника с соосным переменным магнитным полем. В самом начале раздела 4.1 (стр.104), было бы правильным сослаться на выполнение условий для реализации принципа предельной амплитуды, то есть установление монохроматического поля при внешнем воздействии. Здесь было бы достаточно упомянуть работу Д.М.Эйдуса «Принцип предельной амплитуды» (Успехи математических наук, 1969, т.24 (3), 91 - 156), в которой как раз и выясняются условия, при которых установившиеся колебания могут быть получены из неустановившихся с помощью предельного перехода при $t \rightarrow \infty$.

В этой главе, благодаря искусной манипуляции различными видами представления решения в виде рядов, автору удаётся разработать весьма эффективный метод решения поставленной задачи для широкого набора значений параметров.

Замечу, что и в этой главе автором продемонстрировано блестящее владение широком спектром приёмов ряда разделов классической математики, в первую очередь теорией специальных функций. Кроме того, разработанные методы им с успехом применены для численного решения некоторых типичных внешних краевых задач для уравнения Гельмгольца.

В *пятой главе* рассмотрен метод решения проанализированной в четвёртой главе задачи в предположении квазистационарности внешнего переменного магнитного поля. Здесь у меня нет никаких замечаний. Все

рассмотрения выполнены строго и полученные результаты полностью обоснованы.

Шестая глава посвящена решению задачи о воздействии внешнего электромагнитного поля на проводники, ограниченные гладкой поверхностью произвольной формы. Здесь автором предложен и реализован метод декомпозиции области с последующим применением альтернирования по Шварцу для уравнения Лапласа и уравнения Гельмгольца $\Delta u - k^2 u = 0$. Полученные оценки убедительно доказывают сходимость итерационного процесса при использовании областей с перекрытием и без перекрытия. Применительно к решению уравнения Гельмгольца $\Delta u + k^2 u = 0$ всё оказывается гораздо сложнее и, как честно признаётся автор, выбор параметров, обеспечивающих сходимость предложенного метода остаётся нерешённой проблемой.

Надо отметить, что, к сожалению, в данной главе при описании метода допущены определённые небрежности в обозначениях и рисунках. Так речь идёт о проводниках с гладкой поверхностью, в то время как на рис. 6.1, иллюстрирующем постановку, приведены отнюдь не гладкие четырёхугольники. Далее, при описании метода в разделе 6.1 вводятся объекты, никак не представленные на рисунке 6.1 – поверхность $\partial\Omega_0$ и область Ω_0^+ .

Тем не менее, результаты, представленные в этой главе применительно к решению внешних краевых задач для уравнения Лапласа и знакоопределённого уравнения Гельмгольца, безусловно, новые и имеют большое значение для дальнейшего развития теории и численных методов решения задач взаимодействия электромагнитных полей с проводящими телами сложной формы. Здесь было бы интересно получить результаты для уравнения Гельмгольца с комплексным волновым числом k , соответствующим средам, обладающим затуханием.

Достоин упоминания и факт выполненной государственной регистрации созданных в ходе подготовки диссертационной работы программных продуктов:

1. POTELL – программа вычисления потенциала эллипсоида вращения, свидетельство о государственной регистрации № 2017662812;
2. FORCELL – программа вычисления силы притяжения эллипсоида вращения, свидетельство о государственной регистрации № 2017662875.

Таким образом, диссертация А.О.Савченко «Численные и аналитические методы расчёта воздействия электромагнитного поля на проводящее тело» является цельной научно-квалификационной работой, посвящённой весьма актуальной теме. В ней разработаны теоретические положения, предложены

оригинальные алгоритмы и представлены результаты численных экспериментов, полученных с использованием научно-исследовательской версии программного обеспечения. Совокупность полученных результатов, на мой взгляд, можно квалифицировать как Диссертационная работа соответствует п.9 «Положения о порядке присуждения научных степеней» о требованиях, предъявляемым к докторским диссертациям, утверждённым постановлением №842 Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 года.

Считаю, что диссертационная работа полностью соответствует всем требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям, а её автор Савченко Александр Оливерович заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.18 - математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий лабораторией
«Многокомпонентные сейсмические исследования»
Института нефтегазовой геологии и геофизики
им. А.А.Трофимука СО РАН

В.А.Чеверда

01 июня 2020 года

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт нефтегазовой геологии и геофизики им. А.А.Трофимука Сибирского отделения Российской академии наук

Адрес: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Коптюга, 3

Тел.: +7 (383) 333-00-54

Email: cheverdava@ipgg.sbras.ru



11 0