



МИНОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИИ  
Федеральное государственное  
бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный  
университет»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

Университетская пл., 1, Воронеж, 394018.  
Тел. (473) 220-75-21. Факс (473) 220-87-55.  
E-mail: office@main.vsu.ru  
http://www.vsu.ru  
ОКПО 02068120, ОГРН 1023601560510  
ИНН/КПП 3666029505/366601001

01.09.2024 № 0600-282  
На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ 20\_\_

"УТВЕРЖДАЮ"

Ректор ФГБОУ ВО

"Воронежский государственный  
университет", доктор

физико-математических наук, профессор

Д. А. Ендовицкий

## ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Константина Валерьевича Сторожука "Асимптотические свойства операторных полугрупп и подпространств банахова пространства", представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Диссертация посвящена важному направлению развития функционального анализа: теории полугрупп операторов и геометрии подпространств из банаховых пространств. Полугруппой операторов на банаховом пространстве  $X$  называется отображение  $T: \mathbb{R}_+ \rightarrow \text{End } X$ , где  $\text{End } X$  - банахова алгебра ограниченных линейных операторов, действующих в  $X$ , удовлетворяющих условиям: 1)  $T(0) = I$ ; 2)  $T(t+s) = T(t)T(s)$ ,  $t, s \geq 0$ . Полугруппа  $T$  называется *асимптотически конечномерной*, если  $\dim X/X_0 < \infty$ , где  $X_0 = \{x \in X : \lim_{t \rightarrow \infty} T(t)x = 0\}$ , т.е. факторпространство  $X/X_0$  конечномерно. Такое определение и такие полугруппы рассматривались Емельяновым и Вольфом.

Актуальность исследования связана с широким применением теории полугрупп операторов в исследовании дифференциальных уравнений в частных производных с распределенными параметрами и в теории динамических систем.

Структура диссертационной работы соответствует цели и задачам исследования. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы из 103 источников. Объем диссертации 156 стр.

В введении вводятся основные понятия из теории полугрупп операторов и геометрии банаховых пространств, описывается история вопроса, отмечается сложность поставленной проблемы исследования. Подробно описываются результаты, особенно полученные зарубежными авторами, отмечаются спектральные методы А.Г.Баскакова и его учеников.

Результаты опубликованы в одиннадцати статьях в журналах, рекомендованных ВАК, а также входящих в международные базы данных Scopus и MathSciNet.

В главе 1 доказана замкнутость  $X_0$ . Получены условия асимптотической конечномерности полугрупп операторов. Её результаты опубликованы в работе [1].

Следует отметить, что к этому времени была создана теория полугрупп операторов (Хилле, Филлипс и т.д.) и ставилась проблема построения асимптотической теории полугрупп операторов.

В 2003 году такую теорию начал развивать и автор этой диссертации, опубликован ряд замечательных статей в журналах с высоким импакт-фактором, в том числе и зарубежных с квантилем  $Q1$  в базе данных WOS и Scopus. К.В. Сторожук проводил широкую апробацию полученных результатов. В частности, он блестяще выступил на семинарах проф. А.Г. Баскакова (кафедра Системного анализа и управления ВГУ) по теории операторов и полугрупп операторов и выступал на многих международных конференциях.

В диссертации решена проблема существования нетривиального инвариантного подпространства у обратимой изометрии в вещественном банаховом пространстве  $X$  с  $\dim X \geq 2$ . Вторая волна исследований, проведенная диссертантом связана с геометрией банаховых пространств и их подпространств. В этом направлении получен ряд результатов, имеющих важное значение при изучении асимптотического поведения полугрупп операторов, в том числе в вещественном банаховом пространстве.

Автор проводит полноценное исследование условий для асимптотической конечномерности полугрупп операторов.

В главе 4 изучены границы асимптотической конечномерности полугрупп.

В главе 5 изучаются инвариантные подпространства для операторов на вещественных банаховых пространствах.

Сделаем замечание.

Автору диссертации следовало бы отметить, что орбиты асимптотически конечномерной полугруппы операторов являются почти периодическими на бесконечности функциями (по

определению А.Г. Баскакова). В частности, описать полугруппы операторов, когда эти орбиты являются медленно меняющимися на бесконечности функциями (стационарными на бесконечности функциями по М.Г. Крейну). При этом провести исследование по выяснению совпадения этих классов функций.

Сделанное замечание не влияет на высокую оценку диссертации и оно призвано провести дальнейшее исследование. Например, следует доказать (или опровергнуть), что классы функций А.Г.Баскакова и М.Г.Крейна совпадают.

Резюмируя изложенное, считаем, что автором развито новое направление в теории полугрупп операторов : асимптотическая теория полугрупп операторов. Эта теория вносит существенный вклад в теорию устойчивости дифференциальных уравнений с распределенными параметрами.

Такая проблема ставилась М.Г. Крейном, Ю.Л. Далецким, Х. Массера и Х. Шеффером в 60-х годах прошлого столетия.

В диссертации решена проблема существования инвариантного подпространства для полугруппы изометрий в вещественном банаховом пространстве размерности  $\geq 2$ .

Доказана асимптотическая конечномерность и расщепляемость ограниченной полугруппы при наличии компакта, к которому достаточно близко подходят орбиты единичных векторов.

Результаты диссертации могут быть использованы при исследованиях, проводимых в Воронежском государственном университете, Московском государственном университете, РУДН, Новосибирском государственном университете (НГУ), Институте математики Новосибирска, Санкт-Петербургском государственном университете, Белгородском государственном университете, Североосетинском государственном университете, Ставропольском государственном университете, Вологодском государственном университете.

В настоящее время К.В. Сторожук является одним из ведущих специалистов России по функциональному анализу (теория операторов и полугрупп операторов).

Считаем, что диссертация К.В. Сторожука является научно-квалификационной работой, в которой развито научное направление функционального анализа : "Асимптотическая теория полугрупп операторов в банаховом пространстве" , имеющая важное значение для развития теории дифференциальных уравнений с распределенными параметрами. А также внесли существенный вклад в изучение некоторых проблем геометрии банаховых пространств и их подпространств.

Таким образом, диссертационная работа К.В. Сторожука "Асимптотические свойства операторных полугрупп и подпространств банахова пространства" , представленная на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ, является завершённым научным исследованием и соответствует требованиям "Положения о присуждении ученых степеней" , а её автор Сторожук Константин Валерьевич заслуживает присуждения ученой степени док-

тора физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Отзыв на диссертацию и автореферат Сторожука К.В. обсужден и одобрен на заседании кафедры Системного анализа и управления ФГБОУ ВО "Воронежский государственный университет" (протокол № 0602-1 от 31 августа 2021 года).

Отзыв составлен :

Профессор кафедры Системного анализа и управления  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Баскаков Анатолий Григорьевич

Докторская диссертация защищена по  
специальности 01.01.01 - вещественный,  
комплексный и функциональный анализ

Зав. кафедрой Системного анализа и управления  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Задорожний Владимир Григорьевич

Докторская диссертация защищена по  
специальности 01.01.02