

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию

Соколова Евгения Викторовича

«Аппроксимационные свойства свободных конструкций групп»,

представленную на соискание учёной степени

доктора физико-математических наук

по специальности 1.1.5 —

математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

В отличие от многих докторских диссертаций, эта работа действительно на одну тему: автор изучает аппроксимируемость (а также аппроксимируемость относительно сопряжённости, вхождения и т. п.) *корневыми классами групп*, то есть классами, замкнутыми относительно перехода к подгруппам и декартовым сплетениям. Очевидными примерами корневых классов являются

- класс всех конечных групп,
- класс всех конечных p -групп,
- класс всех групп без кручения

и другие интересные классы. Таким образом, понятие корневого класса позволяет с единых позиций смотреть на казавшиеся разрозненными многочисленными результаты о финитной аппроксимируемости, аппроксимируемости конечными p -группами и т. п.

Например, теорема 7.1.1 говорит, что

расширение свободной группы при помощи группы из корневого класса, состоящего только из конечных групп, аппроксимируется этим классом относительно сопряжённости

(здесь автор напрасно не оговаривает, что речь идёт о нетривиальном корневом классе). Ранее этот факт был известен для классов всех конечных групп (Дайер, 1979) и всех конечных p -групп (Иванова, 2004).

Надо отметить, что само понятие корневого класса было введено Грюнбергом в 1957 году, но на несколько запутанном языке. Тот факт, что определение Грюнберга эквивалентно приведённому нами выше определению, автор справедливо относит к одному из основных результатов диссертации.

Чтобы не загромождать этот отзыв, из других результатов диссертации отметим только следующие:

- теорема о том, что аппроксимируемость относительно сопряжённости корневыми классами, состоящими из конечных групп, наследуется свободными произведениями;
- критерий аппроксимируемости обобщенной группы Баумслага–Солитера корневым классом, состоящим из периодических групп;
- интересные (хотя и не вполне вписывающиеся в название диссертации) теоремы об аппроксимируемости относительно вхождения в абелевых, нильпотентных и разрешимых группах.

Результаты диссертации опубликованы в тринадцати статьях в достойных отечественных и зарубежных журналах. Эти результаты неоднократно докладывались на различных конференциях и семинарах (в том числе, в МГУ). Автореферат диссертации полностью отражает её содержание. Диссертация написана очень аккуратно: мы не обнаружили ни одной опечатки и ни одного стилистического огреха (что бывает нечасто).

Замечания

1. Местами доказательства излишне усложнены, поскольку автор предпочитает не использовать транзитивность отношения аппроксимируемости. Например, предложения 7.2.1 говорит, что

свободная группа аппроксимируется относительно сопряжённости любым нетривиальным корневым классом.

(Слово «нетривиальным» автор, к сожалению, опять пропустил в формулировке предложения 7.2.1, надеясь, вероятно, на то, что где-то раньше было оговорено, что все рассматриваемые корневые классы нетривиальны.)

Это утверждение (почти) очевидно по модулю ранее изложенных фактов. Действительно,

- свободная группа очевидно аппроксимируется относительно сопряжённости свободными группами конечных рангов;
- а свободная группа конечного ранга, как известно, аппроксимируется относительно сопряжённости конечными p -группами (для любого простого p), а также (следовательно) свободной разрешимой группой такого же ранга;

- осталось сослаться на то, что нетривиальный корневой класс обязан содержать либо все конечные p -группы (для некоторого p), либо все свободные разрешимые группы конечных рангов (что было объяснено автором ранее).

2. Как мы уже отмечали выше, автор часто забывает добавить в формулировки утверждений, что речь идёт о нетривиальных корневых классах. Вполне возможно, что где-то это оговорено заранее, но всё же формулировки лучше делать самодостаточными. Впрочем, вряд ли эта неточность может привести к настоящему непониманию.

Диссертация Е. В. Соколова представляет собой законченное научное исследование. Работа удовлетворяет требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям по специальности 1.1.5 — математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика. Автор, Евгений Викторович Соколов, заслуживает присуждения учёной степени доктора физико-математических наук.

Отзыв об _____
1 марта 2023 _____
_____ и одобрен на заседании кафедры высшей алгебры МГУ

ин мех.-мат. факультета МГУ
г-корр. РАН Шафаревич А. И.

зиститель заведующего кафедрой высшей алгебры
рессор Зайцев М. В.

идат физико-математических наук
чко А. А.