

УТВЕРЖДАЮ  
первый проректор -  
проректор по научной деятельности  
Казанского федерального университета  
Бессор  
ский  
2023 г.

**ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ**  
Федерального государственного автономного  
учреждения высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
о диссертации Нечесова Андрея Витальевича  
«Полиномиальная вычислимость в семантическом программировании»,  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Тематика диссертационного исследования лежит в области исследований математической логики и теории вычислимости по построению логических методов описания вычислимости и изучению сложности представления как логических исчислений, так и моделей. Эти исследования осуществляются в рамках подхода Ю.Л. Ершова по развитию обобщенной теории вычислимости и ее применения в рамках семантического программирования для построения теории сложности вычислимости в обогащении многосортных моделей до моделей наследственно-конечных списков. На основе теории представления моделей полиномиальной сложности и анализа алгоритмов логических исчислений решаются вопросы о построении логического языка описания полиномиальных алгоритмов и вопросы его полноты, а также вопросы построения логических методов проверки полиномиальности различных конструкций, как в логических исчислениях, так и моделях. Также данная проблематика диссертации связана с развитием теории вычислимых моделей с ограничением на сложность используемых алгоритмов, которая восходит к работам А. Нероуда и Б. Хусаинова по автоматным представлениям моделей, а также к работам Реммеля и Доуни и других ученых по исследованию моделей, допускающих полиномиальные и примитивно рекурсивные представления, которые в последнее время получили большое внимание многих исследователей: П.Е. Алаева, Н.А. Баженова, И.Ш. Калимуллина, А.Г. Мельникова, В.Л. Селиванова и др.

Концепция семантического программирования была представлена Ю.Л. Ершовым, С.С. Гончаровым и Д.И. Свириденко в конце 70-х годов. В рамках этой концепции программы задавались с помощью термов и формул логики предикатов первого порядка, а их исполнение происходило в наследственно-конечных списочных моделях. К основным результатам их работы можно отнести: аксиоматизацию теории списочных расширений (GES-теории) (1986), доказательство теоремы о существовании наименьшей неподвижной точки (1986), доказательство принципа  $\Sigma$ -рефлексии (1986). Это послужило толчком для создания различных интеллектуальных систем

и высокоуровневых логических языков программирования (Libretto, d0sl, язык документных моделей и т.д.), которые уже нашли применение в таких сферах как телекоммуникации, ритейл, биоинформатика, финансы и т.д. В 2017-2019 годах С.С. Гончаровым, Д.И. Свириденко, Д.К. Пономаревым, С.С. Оспичевым был представлен цикл работ по созданию логического языка описания полиномиальности. В этом языке вычислительная сложность программ была полиномиальна, но оставался открытым вопрос р-полноты построенного языка.

Основные результаты представленной диссертации:

1. Решена проблема равенства классов  $P$  и  $L$ .  
(Совпадение класса полиномиально вычислимых алгоритмов с классом термальных функций в обогащении языка  $\Delta_0$ -формул)
2. Построен полиномиальный аналог классической теоремы Ганди о наименьшей неподвижной точке с начальными  $r$ -вычислимыми условиями.
3. Получена серия результатов о существовании полиномиально вычислимых представлений:
  - для множества термов и множества формул ИП.
  - для множества  $L$ -программ и множества  $L$ -формул.
  - для множества доказательств ИП в виде дерева.
  - для множества линейных доказательств ИП.
  - для множества выводов в порождающих грамматиках.

Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы.

Во введении приводятся постановка и описание задачи, аргументируется актуальность темы исследования и описывается степень ее проработанности, представлены основные результаты диссертации и методы, применяемые в исследовании. Также отражается теоретическая значимость и новизна полученных результатов, а также краткое содержание диссертации.

В первой главе приводятся основные определения и вспомогательные утверждения по построению логических языков программирования с помощью термальных распылений. Здесь показано, что вычислительная сложность таким образом построенных логических программ не превосходит полиномиальную. Далее, вводится понятие  $r$ -итерационного термина, с помощью которого определяется класс алгоритмов  $L$ , для которого доказывается один из основных результатов диссертации – равенство классов  $P$  и  $L$ .

Вторая глава посвящена доказательству полиномиального аналога теоремы Ганди с  $r$ -вычислимыми начальными условиями. Для этого в начале главы дается ряд вспомогательных определений и утверждений. Затем, приводятся определения GNF-системы и  $r$ -вычислимой GNF-системы. С помощью введенных понятий формулируется и доказывается обобщенная PAG-теорема с  $r$ -вычислимыми начальными условиями (полиномиальный аналог теоремы Ганди с  $r$ -вычислимыми начальными условиями). Эта теорема в дальнейшем будет использоваться при проверке полиномиальной вычислимости индуктивно определенных функций и множеств различной природы.

В третьей главе доказываются оставшиеся основные результаты. Сначала устанавливается существование полиномиального вычислимого представления для термов и формул логики

предикатов первого порядка, а также для  $L$ -программ и  $L$ -формул. Далее, доказываем существование полиномиально вычислимого представления для множества доказательств как в виде дерева, так и линейных в логике предикатов первого порядка. Технику доказательства данного результата можно перенести на различные другие логические системы со своими аксиомами и правилами вывода, что несомненно расширяет границы применимости данного подхода. Последним результатом данной главы является теорема о существовании полиномиально вычислимого представления для множества выводов в порождающих грамматиках.

Наконец, четвертая глава посвящена построению  $r$ -полного объектно-ориентированного логического языка программирования  $L^*$  на базе  $r$ -полного языка  $L$ , представленного в первой главе. Здесь приводится оригинальное построение виртуальной машины для исполнения  $L^*$ -программ. Работа же данной виртуальной машины моделируется подходящим  $r$ -итерационным термом. Стоит также отметить, что так представленное исполнение логических программ можно легко перенести на компьютерные вычисления, что является существенным плюсом в практическом применении теоретических наработок первой главы.

Результаты диссертации несомненно имеют существенное теоретическое значение и найдут применение в исследованиях, проводимых в ведущих научных и научно-образовательных учреждениях России и в мире. Основные результаты опубликованы в 5 статьях в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК. Результаты апробированы на целом ряде международных конференций, среди которых можно выделить конференцию «Мальцевские чтения» (Новосибирск, 2019 и 2022), конференцию «IEEE International Multi-Conference on Engineering, Computer and Information Sciences (SIBIRCON)» (Новосибирск, 2022), конференцию «Current State and Development Perspectives of Digital Technologies and Artificial Intelligence», Узбекистан, Самарканд 2022, конференцию «Actual problems of mathematics, mechanics and informatics», Казахстан, Караганда, 2022, конференцию «Mathematical Logic and Computer Science», Казахстан, Астана, 2022 и конференцию «Sixteenth Asian Logic Conference», Казахстан, Астана, 2019.

Автореферат диссертации полно и правильно отражает ее содержание. Диссертационная работа хорошо структурирована и написана грамотным математическим языком.

Отметим лишь следующие недостатки, не снижающие общее положительное впечатление:

- Использование знаков «меньше» и «больше» в качестве угловых скобок немного портит читаемость сложных формул.
- При построении объектно-ориентированного языка  $L^*$  не уточнены ограничения на описания методов с использованием других методов. Например, если даже непосредственная рекурсия запрещена, то потенциально сохраняется ее возможность через изменение методов в классах-потомках. Однако рекурсивное определение общего вида может вывести за пределы класса сложности  $P$ .

Приведенные замечания не являются существенными и не снижают значимости полученных результатов.

Вышеперечисленное позволяет утверждать, что диссертация Нечесова Андрея Витальевича «Полиномиальная вычислимость в семантическом программировании» отвечает всем критериям положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-

математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры алгебры и математической логики 20 февраля 2023 года (протокол № 6).

заведующий кафедрой  
алгебры и математической логики,  
академик АН РТ,  
д.ф.-м.н, профессор

М.М. Арсланов

заместитель директора  
по научной деятельности  
ИММ им. Н.И. Лобачевского  
к.ф.-м.н

Б.Ф. Тазюков

Контактные данные:

Адрес: 420008, Россия, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Кремлевская, д. 18

Телефон: +7 (843) 233-70-39

Эл.почта: [public.mail@kpfu.ru](mailto:public.mail@kpfu.ru)

Веб-сайт: [kpfu.ru](http://kpfu.ru)