

ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертации

Козлова Романа Александровича

«Точные представления конечного типа конформных алгебр Ли»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 1.1.5 —
математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная
математика.

Представленная диссертационная работа посвящена актуальной теме исследования некоторых вопросов структуры конформных алгебр Ли. Тематика диссертации восходит к работам В. Г. Каца, Ш. Дж. Ченга, И. М. Гельфанда и И. Я. Дорфман, П. С. Колесникова и других авторов, занимающихся изучением структурной теорией алгебр Ли.

В последние десятилетия исследования по вопросам, затрагиваемым в диссертации отмечены рядом крупных результатов, непосредственно связанных с представленной работой. В числе прочих стоит отметить работы Л. А. Бокутя, Ю. Чена и З. Жанга (2019), Д. Бурде и В. де Графа (2013), П. С. Колесникова (2011), М. Р. Бремнера и В. В. Доценко (2016), А. А. Бейлинсона и В. Г. Дринфельда (2004), И. А. Долгунцевой (2009).

В данной работе получен ряд важных результатов в следующих областях: (1) квадратичные конформные супералгебры Ли; (2) базис Гребнера–Ширшова для универсальной обертывающей ассоциативной конформной алгебры; (3) отщепление радикала в некоторых ассоциативных конформных алгебрах.

Основные результаты диссертации следующие:

- (1) Доказано, что квадратичные конформные супералгебры Ли, построенные по дифференциальным супералгебрам Пуассона, специальные. Как следствие, решена конформная проблема Адо в классе квадратичных конформных супералгебр, построенных по конечномерным специальным супералгебрам Гельфанда–Дорфман.
- (2) Вычислен базис Гребнера–Ширшова для универсальной обертывающей ассоциативной конформной алгебры с ограничением на ассоциативную локальность $N = 3$ для произвольной конформной алгебры типа Каца–Муди. Как следствие, получен линейный базис данной конформной алгебры.
- (3) Полностью решен вопрос об отщеплении радикала в ассоциативных конформных алгебрах с точным представлением конечного типа.

Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Отдельно выделены работы автора по теме диссертации.

Введение содержит краткий исторический обзор тематики диссертации, а также изложение основных результатов. Кроме того, обоснована актуальность исследования, озвучена степень разработанности задачи и цели исследования, приведены методы исследования.

В главе 1 вводятся основные определения и вспомогательные утверждения по общей теории конформных супералгебр, теории представлений, а также об универсальных обертывающих объектах, о теории базисов Гребнера–Ширшова и кохомологической теории. Все необходимые понятия наглядно проиллюстрированы подчас нетривиальными примерами.

Вторая глава посвящена изучению универсальных обертывающих объекты для квадратичных конформных супералгебр Ли, построенных по дифференциальным алгебрам Пуассона, а также их взаимосвязи с точными представлениями этих супералгебр. Приводятся более специфические нежели в первой главе предварительные сведения, приведен ряд вспомогательных утверждений. Также доказывається, что конформная проблема Адо имеет положительное решение для квадратичных конформных супералгебр Ли, построенных по конечномерным специальным супералгебрам Гельфанда–Дорфман. Помимо этого автором исследуется вопрос инъективности вложения квадратичных конформных супералгебр Ли, построенных по специальным супералгебрам Гельфанда–Дорфман.

В третьей главе рассмотрен метод базисов Гребнера–Ширшова для ассоциативных конформных алгебр, а также его приложения к конкретным примерам. Сформулированы предварительные сведения, необходимые для вычисления базисов Гребнера–Ширшова универсальной обертывающей ассоциативной конформной алгебры. Найден базис Гребнера–Ширшова универсальной обертывающей ассоциативной конформной алгебры петель с некоторыми ограничениями. В качестве следствия показана справедливость аналога теоремы Пуанкаре–Биркгофа–Витта для конформных алгебр Каца–Мути.

Глава 4 посвящена изучению вопроса об отщеплении радикала в ассоциативных конформных алгебрах с точным представлением конечного типа. Рассмотрена исключительная простая ассоциативная конформная алгебра, для которой вопрос о тривиальности второй группы кохомологий Хохшильда является самостоятельным результатом. Далее данный результат распространяется на общий случай. Также доказан критерий отщепляемости полупростой ассоциативной конформной алгебры с точным представлением конечного типа.

Работа носит теоретический характер. Научная значимость работы состоит в том, что в ней получен ряд законченных результатов в области теории многообразий неассоциативных линейных алгебр, которые могут представлять интерес для специалистов в данной области.

Результаты являются новыми, изложены с полными доказательствами. В работе используются классические методы теории конформных алгебр Ли и ассоциативных конформных алгебр, а также кохомологической теории для конформных алгебр.

Все основные результаты опубликованы в виде статей в ведущих реферируемых журналах, входящих в список изданий, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией РФ для публикации основных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук по математическим специальностям. Результаты докладывались на ряде международных конференций.

В работе замечен ряд опечаток, например:

1. На стр. 3 в первом абзаце употреблены дефисы вместо тире.
2. На стр. 7 в третьей строке второго абзаца пропущена буква «м» в слове «представлением».
3. На стр. 8 проблема Веддерберна названа теоремой.
4. Буква «ё» в тексте иногда заменяется на «е» (к примеру, стр. 8, 17 строка снизу и стр. 9, 6 строка снизу).
5. На стр. 12 (9 строка снизу) вместо «специальным» написано «специальных».

Высказанные замечания легко устранимы. Они не носят принципиального характера и никак не влияют на общую оценку диссертации.

Суммируя сказанное, заключаем, что диссертационная работа Козлова Р. А. представляет собой законченную научно-исследовательскую работу, выполненную на актуальную тему современной алгебры. По своему содержанию и полученным в ней результатам диссертация соответствует п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», отвечает всем требованиям, предъявляемым ВАК к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.5 – математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика.

К. ф.-м. н., доцент,
с. н. с. УНИЛ
«Современная алгебра»
ФГБОУ ВО «АлтГПУ»
28.02.2023 г.

А. В. Кислицин