

УТВЕРЖДАЮ

и.о. ректора

ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский)

федеральный университет»

д.ф.-м.н., профессор

Д.А. Таюрский

«~~22~~» апреля 2022 года

ОТЗЫВ ведущей организации

ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

на диссертационную работу Корнева Руслана Александровича

«Вычислимая сводимость метрик на вещественных числах»,

представленную на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертационная работа посвящена вопросам вычислимости на несчетных объектах и выполнена на стыке теории вычислимости, математического анализа и топологии. В то время как классическая теория вычислимости имеет дело с дискретными объектами, непрерывность является основополагающим свойством математического анализа и топологии. Отправной точкой исследований по вычислимому анализу, в котором исследуются и дискретные и непрерывные свойства, можно считать работы А. Тьюринга 1936-1937 гг. В последние 20-30 лет алгоритмические аспекты непрерывных объектов все более активно исследуются специалистами по математической логике и теории вычислимости.

Объектом исследования диссертации являются степенные структуры, индуцированные вычислимой сводимостью и слабой вычислимой сводимостью метрик на польских пространствах, среди которых наибольшее внимание было уделено пространству вещественных чисел. Изучение этих структур позволяет сравнивать алгоритмическую сложность различных метрик.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы и изложена на 78 страницах.

Во введении дан весьма полный обзор состояния исследований по вопросам вычислимого анализа. Из обзора видно, что существует ряд подходов для изучения алгоритмических аспектов несчетных объектов математического анализа. Благодаря работам ведущих специалистов теории вычислимости и вычислимого анализа, среди которых можно выделить работы К. Вайрауха, В. Браттка, А.Г. Мельникова, достигнут существенный прогресс в этой области. В течение последних нескольких десятков лет в рамках теории вычислимости было получено достаточно много результатов, связывающих дискретную и непрерывную математику при помощи алгоритмических свойств классических несчетных структур или объектов.

Первая глава является вводной и содержит терминологию, общую теоретическую часть и ряд подготовительных утверждений.

В главах 2 и 3 автор исследует различные степени, которые образуются посредством сводимостей вычислимых метрик. Рассматриваются структуры степеней вычислимых метрик на вещественной прямой \mathbf{R} (степени индуцируются вычислимой и слабой вычислимой сводимостями), естественным образом эти структуры образуют частичные порядки. Одним из результатов главы 2 является тот факт, что все выпуклые метрики эквивалентны стандартной. Кроме того, в главах 2 и 3 автору удалось разработать технику для построения вычислимых метрик с нужными свойствами, эту технику оказалось легко комбинировать с различными дополнительными требованиями, что позволило получить другие интересные результаты диссертации. В частности, было доказано, что над стандартной метрикой можно вложить счетную безатомную булеву алгебру.

Глава 4 посвящена изучению более общих случаев польских пространств X . Отдельно разобраны случаи дискретных и непрерывных пространств. Выделен случай, когда относительно некоторой метрик существует предельная точка. В случае существования таких метрик для X был установлен ряд структурных свойств.

К основным результатам диссертации можно отнести следующие:

- Описаны степени выпуклых метрик на \mathbf{R} .
- Доказано, что существует бесконечная антицепь вычислимых метрик на \mathbf{R} под стандартной метрикой (в структурах, индуцированных вычислимой сводимостью и слабой вычислимой сводимостью).

– Доказано, что существует бесконечная антицепь вычислимых метрик на \mathbf{R} над стандартной метрикой (в структурах, индуцированных вычислимой сводимостью и слабой вычислимой сводимостью).

– Доказано, что любой счетный частичный порядок вложим в упорядочение степеней вычислимых метрик на \mathbf{R} (индуцированных слабой вычислимой сводимостью) над стандартной метрикой.

– Доказано, что любая счетная безатомная булева алгебра вложима в упорядочение степеней вычислимых метрик на \mathbf{R} (индуцированных вычислимой сводимостью) над стандартной метрикой с сохранением верхних и нижних граней.

– Доказано, что любой счетный частичный порядок вложим в упорядочение степеней вычислимых метрик на произвольном польском пространстве X (индуцированных вычислимой сводимостью) под степенью любой метрики, относительно которой существует вычислимая предельная точка.

– Доказано, что упорядочение степеней вычислимых метрик на произвольном польском пространстве X (индуцированных вычислимой сводимостью) не является направленным вверх порядком и не является верхней полурешеткой, если существует метрика на X , относительно которой существует вычислимая предельная точка.

Основные результаты диссертации нетривиальны, их доказательства корректно и достаточно полно обоснованы. Уровень детализации конструкций и верификаций является вполне достаточным для понимания доказательств. Дополнительные комментарии, касающиеся интуиции доказательств, сильно облегчают понимание доказательств и используемых идей. Ряд основных теорем использует классический метод приоритета с конечными нарушениями, однако, в рамках диссертации использование этого метода сильно усложняется из-за технических деталей. Автору здесь удалось успешно использовать как методы из теории алгоритмов, так и из математического анализа и топологии.

К недостаткам диссертации можно отнести отдельные неточности в терминологии, пропуск знаков препинаний, небольшое число опечаток. Например, на стр. 24 упоминается, что все вычисления в процедуре выполнения R_e завершатся. По контексту видно, что скорей всего имелось в виду, что стратегия R_e перестанет требовать внимание вне зависимости от того завершилось вычисление или нет. На стр. 38 должно быть Φ вместо Φ_i . На стр. 46 желательно было бы напомнить определение $D_c(X)$, т.к. оно практически не используется, а дается в первой главе. Замеченные недостатки легко устранимы, не вызывают двусмысленности и не влияют на общую положительную оценку диссертации.

Основные результаты диссертации являются новыми и опубликованы в 10 работах, 3 из которых являются статьями в ведущих журналах из списка ВАК.

Автореферат достаточно полно и верно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертационная работа Корнева Руслана Александровича «Вычислимая сводимость метрик на вещественных числах» является завершенной научно-исследовательской работой, выполненной на актуальную тему, полностью соответствует требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор Корнев Руслан Александрович заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв подготовлен кандидатом физико-математических наук (01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел), доцентом кафедры алгебры и математической логики ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» М.М. Ямалеевым.

Отзыв заслушан и утвержден на заседании кафедры алгебры и математической логики ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет» 6 апреля 2022 года, протокол № 6.

Доцент кафедры алгебры и
математической логики ФГАОУ ВО
«Казанский (Приволжский)
федеральный университет», к.ф.-м.н.

М.М.Ямалеев

Заведующий кафедрой алгебры и
математической логики ФГАОУ ВО
«Казанский (Приволжский)
федеральный университет»
профессор, д.ф.-м.н.

М.М.Арсланов

Почтовый индекс, адрес организации:

420008, Россия, Республика Татарстан, г. Казань, ул. Кремлевская, д.18.

Веб-сайт: <http://www.kpfu.ru>

Телефон: [\(843\)233-71-09](tel:(843)233-71-09)

Адрес электронной почты: public.mail@kpfu.ru