



UNIVERSITY OF
BIRMINGHAM

SCHOOL OF MATHEMATICS

ОТЗЫВ

официального оппонента Шпекторова Сергея Викторовича
на диссертацию ЧУРИКОВА Дмитрия Владимировича
«О замыканиях конечных групп подстановок»,
представленную на соискание учёной степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06 —
математическая логика, алгебра и теория чисел

В диссертации изучаются естественные вопросы теории групп подстановок. Для каждой группы подстановок мы можем рассмотреть множество её 2-орбит. Получившийся объект является (шуровой) когерентной конфигурацией. И наоборот, имея когерентную конфигурацию, можно рассмотреть её группу автоморфизмов. Такое взаимное соответствие между группами подстановок и когерентными конфигурациями является соответствием Галуа. Здесь естественно возникает понятие 2-замыкания: например, 2-замыкание $G^{(2)}$ группы подстановок G определяется как группа автоморфизмов когерентной конфигурации 2-орбит G . Симметрично, мы также можем говорить о 2-замыкании когерентной конфигурации. Заметим, что все это легко обобщается, и мы можем говорить о k -замыкании для любого натурального числа k .

В связи с понятием замыкания, возникают следующие вопросы: 1) как эффективно определить k -замыкание и какова сложность такого алгоритма? 2) как операция замыкания влияет на структуру группы; то есть, если, скажем, исходная группа подстановок разрешима, то будет ли её замыкание также разрешимо? 3) что можно сказать о замкнутых группах подстановок, то есть, группах подстановок G , удовлетворяющих равенству $G^{(k)} = G$? Эти вопросы естественно возникли в процессе развития теории групп подстановок, и первые результаты в этом направлении появились уже в классических работах Х. Виланда. Например, он доказал, что класс абелевых групп подстановок замкнут для k -замыкания для всех $k \geq 2$. В более недавнее время, эта теория получила существенное развитие в работах И.Н. Пономаренко, С.А. Евдокимова, А.В. Васильева, Е.П. Вдовина и др. Из зарубежных специалистов можно упомянуть Ш. Прегер, моего коллегу по университету Бирмингема Г. Трейси и

многих других. Отметим также и связь со знаменитым вопросом о сложности вычисления группы автоморфизмов графа, где Л. Бабаи недавно доказал существование квазиполиномиального алгоритма.

Результаты полученные в диссертации Д.В. Чурикова относятся как раз к этой классической области исследований. Во-первых, он доказал, что класс нильпотентных групп подстановок замкнут для операции k -замыкания для всех $k \geq 2$, что существенно обобщает результат Виланда про абелевы группы. Отметим, что для разрешимых групп замкнутость верна только начиная с $k = 3$, так что результат Чурикова является оптимальным. Также предложен эффективный алгоритм определения 2-замыкания $\frac{3}{2}$ -транзитивных групп подстановок. Такие группы возникают, например, как подгруппы групп Фробениуса, и они также связаны с циклотомическими схемами над конечными полями и почти-полями. Предложен также алгоритм для двойственной задачи – проблемы изоморфизма шуровых $\frac{3}{2}$ -однородных когерентных конфигураций.

Диссертация также содержит новые интересные результаты касательно проверки k -замкнутости. Для абелевых групп был известен достаточно сложный критерий 2-замкнутости, предложенный М. Грех и А. Киселевич. В диссертации построен эффективный алгоритм для этой же задачи, но при дополнительном условии наличия в абелевой группе циклической транзитивной составляющей. Также совершенно решена проблема о вполне k -замкнутых (понятие предложено Д. Холтом) абелевых группах, а именно, доказано, что степень замкнутости конечной абелевой группы прямо связана с числом инвариантных факторов группы.

Диссертация состоит из введения, дающего подробный обзор исследуемых вопросов и известных результатов, пяти глав, приложения и заключения. Она изложена на 59 страницах. Список литературы включает 60 наименований.

Диссертация представляет собой законченное исследование на актуальную научную тему. Она содержит новые результаты, существенно расширяющие наши знания о группах подстановок, и которые могут быть использованы для дальнейших исследований групп подстановок и связанных с ними комбинаторных объектов.

Основные результаты диссертации опубликованы в четырех печатных работах, опубликованных в журналах, входящих в перечень ВАК рецензируемых научных изданий и индексируемых в базах данных Scopus и Web of Science. Результаты диссертации многократно докладывались на семинарах и международных научных конференциях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация хорошо написана, все доказательства детально объяснены. Конечно, есть и мелкие недочеты: встречаются опечатки (их удивительно мало, и первая появляется только на странице 11), в нескольких местах предложения могли бы быть сформулированы

более точно. Например, на странице 10 (строчка 2) теорема 2 является критерием независимо от условия $Zel(G) \neq 1$ (хотя, конечно, при $Zel(G) = 1$ критерий тривиален). На странице 20 повторно включено доказательство леммы с предыдущей страницы. Но все эти мелкие огрехи легко устранимы и нисколько не умаляют научную значимость диссертации.

Основываясь на всем вышесказанном, я считаю, что диссертация Дмитрия Владимировича Чурикова «О замыканиях конечных групп подстановок» удовлетворяет всем требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Чуриков Дмитрий Владимирович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент:
кандидат физ.-мат. наук Шпекторов Сергей Викторович,
профессор Бирмингемского университета, Эджбастон,
Бирмингем B15 2TT, Великобритания
s.shpectorov@bham.ac.uk
+44(121)414-66-04

«28» апреля 2022 г.