

## ОТЗЫВ

научного консультанта о диссертации Фёдора Анатольевича Дудкина  
”Групповые и алгоритмические свойства обобщённых групп Баумслэга–Солитера”,  
представленной на соискание учёной степени доктора  
физико-математических наук по специальности 01.01.06 —  
математическая логика, алгебра и теория чисел

Если группа  $G$  действует на дереве, то по теореме Басса–Серра эта группа представляется в виде фундаментальной группы  $\pi_1(\mathbb{A})$  графа групп  $\mathbb{A}$ . Такое описание позволяет получать копредставление групп, действующих на деревьях и изучать представленные группы с помощью аппарата комбинаторной теории групп. Если граф конечен и стабилизаторы вершин конечны, то группа  $G$  является почти свободной группой. Поэтому особый интерес представляют группы с ”минимальными” бесконечными стабилизаторами вершин и рёбер — бесконечными циклическими группами. Такие конечно порождённые группы называются обобщёнными группами Баумслэга–Солитера ( $GBS$  группами) и именно им посвящена диссертация.

Обобщённые группы Баумслэга–Солитера активно исследуются в течении последних 25 лет. В работах Д. Робинсона, Д. Дегриса, Н. Петросяна, М. Морана и др. изучаются геометрические и гомологические свойства, действия на различных объектах. Исследования Ж. Левитта, А. Дэльгадо, Д. Робинсона, М. Тимма и др. посвящены изучению структурных и комбинаторных свойств группы  $\pi_1(\mathbb{A})$  в зависимости от графа с метками  $\mathbb{A}$ . Отдельное направление работы с  $GBS$  группами — алгоритмические проблемы. Построению алгоритмов и вопросам разрешимости алгоритмических проблем уделено внимание в работах Б. Бикера, М. Форестера, М. Клэя, Ж. Левитта и др.

Диссертация Ф. А. Дудкина находится в русле упомянутых исследований. Большую её часть составляют результаты о структурных свойствах  $GBS$  групп. Получены новые интересные результаты о классических алгоритмических проблемах для  $GBS$  групп. Кроме того, описаны важные подклассы  $GBS$  групп. Изучалась универсальная эквивалентность  $GBS$  групп. Найдены связи между  $GBS$  группами и группами Баумслэга–Солитера. Решён ряд известных вопросов о  $GBS$  группах.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. В первой главе приведены необходимые определения из теории групп, действующих на деревьях, указаны понятия нужные для работы со свободными конструкциями, перечислены обозначения и соглашения, приведены классические результаты и теоремы

на которые ссылается автор.

Во второй главе изучаются группы Баумсллага–Солиетра и их связь с  $GBS$  группами. Для групп Баумсллага–Солиетра с взаимно простыми параметрами получено описание групп автоморфизмов подгрупп конечного индекса и указано исчерпывающее описание абстрактного соизмерителя. Изучены и классифицированы с точностью до эквивалентности неприводимые представления подгрупп конечного индекса групп Баумсллага–Солиетра. Получен критерий вложения группы Баумсллага–Солиетра в  $GBS$  группу. Тем самым решён вопрос Ж. Левитта.

В третьей главе описаны централизаторы наборов элементов в  $GBS$  группах. Наличие такого явного описания позволило получить полную информацию о централизаторной размерности  $GBS$  групп. Указан алгоритм вычисления централизаторной размерности по графу с метками. Для  $GBS$  групп, представленных деревьями с метками, доказана алгоритмическая разрешимость вопроса об их универсальной эквивалентности, предложен конкретный алгоритм.

Четвертая глава посвящена изучению интересных подклассов  $GBS$  групп. Получено исчерпывающее описание  $\mathcal{F}_\pi$ -аппроксимируемых  $GBS$  групп. Перечислены все группы узлов, действующие на дереве с бесконечными циклическими стабилизаторами вершин и рёбер. Для данного  $n$  найдено число подгрупп, число нормальных подгрупп и число классов сопряженных подгрупп индекса  $n$  произвольной небольшой  $GBS$  группы. Это даёт ответ на второй вопрос Ж. Левитта.

В пятой главе собраны результаты диссертации об алгоритмических проблемах для  $GBS$  групп. С опорой на теорию накрытий Х. Басса предложен подход к изучению проблемы вложения  $GBS$  групп. Найден алгоритм проверки существования вложения (и построения вложения в случае его наличия), когда  $GBS$  группа представлена конечным числом редуцированных графов с метками. Описаны возможные изменения метки на ребре в результате скольжений. Это позволило решить проблему изоморфизма  $GBS$  групп с одним мобильным ребром.

Результаты диссертации опубликованы в 13 статьях в ведущих отечественных и зарубежных журналах по тематике диссертации. Ф. А. Дудкин выступил с докладами о полученных им результатах на международных алгебраических конференциях и семинарах, сделал четыре пленарных доклада: дважды в Иваново (2015 г., 2018 г.) и дважды на Мальцевских чтениях (2016 г., 2021 г.). Диссертант проявил активность, самостоятельность и настойчивость в достижении основных целей диссертации, освоил и применил современные методы комбинаторной теории групп для исследования важных и актуальных вопросов о  $GBS$  группах. Он обладает высокой математиче-

ской культурой, работоспособностью и увлеченностью наукой.

Настоящая диссертация представляет собой законченное научное исследование. Тема работы актуальна, а полученные в ней результаты несомненно новы и интересны, уже используются и будут использоваться в дальнейших исследованиях по теории групп. Все доказательства изложены достаточно подробно и ясно, результаты своевременно опубликованы.

Считаю, что диссертация "Групповые и алгоритмические свойства обобщённых групп Баумслэга–Солитера" удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а её автор — Ф. А. Дудкин – заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук.

Научный консультант

доктор физико-математических наук

профессор Романовский Николай Семёнович

630090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4

телефон: +7 383-3297599

e-mail: rnmvski@math.nsc.ru

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

институт математики им. С. Л. Соболева

Сибирского отделения РАН

главный научный сотрудник

лаборатории алгебры

Н. С. Романовский

Подпись Н. С. Романовского заверяю:

и.о. учёного секретаря

кандидат физико-математических наук

Н. А. Даурцева

11 января 2022 г.