

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

о диссертации Дмитрия Владимировича Чурикова «О замыканиях конечных групп подстановок», представленной на соискание степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Актуальность темы исследования. Теория конечных групп подстановок – это, с одной стороны, один из старейших разделов абстрактной алгебры, восходящий к фундаментальным работам таких классиков этой области знаний как Э. Галуа, К. Жордана и Х. Виланда, а, с другой стороны, это динамично развивающееся направление современной алгебры, имеющее многочисленные приложения и дающее удобные инструменты исследования, применяемые, в том числе, за пределами математики.

Научная новизна исследования и полученных результатов. Работа носит теоретический характер. Основные результаты данной диссертации являются новыми и несомненно представляют интерес как для специалистов в теории групп, так и для исследователей, специализирующихся в ее приложениях.

Соответствие темы диссертации научной специальности. Диссертация является законченной научной работой по актуальной тематике, относится к классическому направлению теории групп подстановок в ее современных аспектах. Содержание данной диссертации соответствует следующему пункту специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»:

- Теория алгебраических структур (полугрупп, групп, колец, полей, модулей и т.д.);
- Теория алгоритмов и вычислимых функций (в том числе алгоритмическая теория информации и теория сложности).

Общая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, приложения, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 59 страниц, список литературы содержит 60 библиографических единиц.

Во Введении приводится мотивация и обосновывается актуальность исследуемых проблем, излагается история соответствующих вопросов, кратко формулируются основные полученные в диссертации результаты с указанием соответствующих публикаций (при этом отражен вклад автора диссертации в совместные работы), приводится информация о научной новизне и значимости работы, методах исследования, сведения об апробации результатов, а также приводятся сведения о структуре и объеме диссертации и краткий обзор основного содержания диссертации.

В Первой главе приводятся предварительные сведения о k -замыканиях групп подстановок, $3/2$ -транзитивных группах подстановок, когерентных конфигурациях, циклотомических схемах над конечными почти-полями, алгоритме Вейсфейлера-Лемана и его приложениях.

Во **Второй главе (Теорема 1)** доказывається, что k -замыкание нильпотентной группы подстановок есть прямое произведение k -замыканий ее силовских подгрупп для любого k , не меньшего 2, в частности, k -замыкание нильпотентной группы подстановок нильпотентно.

Третья глава посвящена изучению 2-замыканий абелевых групп. В **Теореме 2** получен критерий 2-замкнутости квазирегулярной группы подстановок в терминах подгруппы Зеликовского. В **Теореме 3** доказывається, что у интранзитивной r -группы с циклическими транзитивными составляющими и тривиальной подгруппой Зеликовского любая орбита является несущественной. На основании полученных результатов строится алгоритм **CYCLOSURE**, по получаемой на входе абелевой группе подстановок с циклическими транзитивными составляющими определяющий, является ли эта группа 2-замкнутой (**Теорема 4**).

Четвертая глава посвящена изучению вопроса вполне k -замкнутости абелевых групп. Доказано, что нетривиальная конечная абелева группа, раскладывающаяся в произведение n инвариантных множителей, вполне $(n+1)$ -замкнута, но не вполне n -замкнута (**Теоремы 5 и 6**).

Пятая глава посвящена изучению $3/2$ -транзитивных групп подстановок. Доказано, что проблема 2-замыкания $3/2$ -транзитивной группы подстановок степени n может быть решена алгоритмически за полиномиальное от n время (**Теорема 7** и алгоритм **TWOCLOSURE**), проблема изоморфизма цветных шуровых $3/2$ -однородных когерентных конфигураций на n точках может быть решена за полиномиальное от n время (**Теорема 8** и алгоритм **ISO**). Также в этой главе исследованы группы автоморфизмов циклотомических схем над конечными почти-полями (**Теорема 9**).

В **Приложении** приводятся сведения о группах автоморфизмов некоторых циклотомических схем над почти-полями Цассенхауза.

В **Заключении** приводятся сведения о значимости полученных результатов, предложения по их дальнейшим приложениям, а также предполагаемые направления развития соответствующих исследований.

Обоснованность и достоверность результатов проведенных исследований определяется математическим обоснованием (доказательством) всех сформулированных теорем.

Значимость диссертационной работы для науки. В диссертационной работе получен ряд сильных и значимых результатов в теории конечных групп подстановок, которые будут интересны как специалистам в теории групп, так и специалистам, например, в алгебраической комбинаторике. Очень интересными с этой точки зрения видятся результат о нильпотентности k -замыканий нильпотентных групп и критерий 2-замкнутости квазирегулярных групп подстановок. Также отмечу, что открытую на тот момент проблему существования k -замкнутой, но не $(k+1)$ -замкнутой группы подстановок для любого k сформулировала Ш.Э. Прэгер в рамках ее онлайн-доклада на крупной международной онлайн-конференции 2020 Ural Workshop on Group Theory and Combinatorics, а на часе открытых проблем, который прошел в конце указанной конференции, завязалась дискуссия Д.В. Чуриков и Ш.Э. Прэгер, которая в конечном итоге привела к построению соответствующей серии примеров.

Форма изложения материала, публикации, апробация результатов.

Данная диссертационная работа выполнена с соблюдением рекомендаций, установленных ВАК. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в одной статье автора и четырех совместных статьях (две совместные статьи с научным руководителем А.В. Васильевым, одна совместная статья с И.Н. Пономаренко, одна совместная статья с Ш.Э. Прэгер), все статьи – в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК для представления основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата/доктора наук, все издания включены в базы данных Scopus и/или Web of Science. Полученные в диссертационной работе результаты докладывались на ведущих международных конференциях по алгебре, алгебраической комбинаторике и по теории групп, проходивших как в России, так и за рубежом. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации.

Полученные в диссертационной работе результаты будут полезны для дальнейших исследований как в теории групп, так и в алгебраической комбинаторике, например, для продолжения изучения проблемы изоморфизма графов. Также эти результаты могут быть использованы для включения в курсы по алгебре, по теории групп, по теории групп подстановок, по алгебраической комбинаторике, которые читаются в ведущих Российских и зарубежных университетах.

Замечания к работе. Текст диссертационной работы, в целом, хорошо написан, однако работа содержит ряд мелких опечаток и текстовых шероховатостей (например, небольшое количество пропущенных запятых), которые не влияют на качество полученных в диссертации результатов. Также хотелось бы отметить, что мотивировка проводимых исследований

могла бы быть расширена, что, хотя и увеличило бы объем диссертации, несомненно, украсило бы работу.

Общее заключение по работе. Диссертационная работа «О замыканиях конечных групп подстановок» представляет собой законченную научно-квалификационную работу. Полученные в диссертации результаты имеют существенное значение как для теории групп, так и для ее приложений, их совокупность которых можно квалифицировать как решение научной задачи, имеющей значения для развития теории групп подстановок.

Диссертационная работа Чурикова Дмитрия Владимировича «О замыканиях конечных групп подстановок» соответствует требованиям пунктов 9-14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ №842 от 24.09.2013, а ее автор, Чуриков Дмитрий Владимирович, заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – «Математическая логика, алгебра и теория чисел».

«25» апреля 2022 г.

Н.В. Маслова

Официальный оппонент

Маслова Наталья Владимировна,

д. ф.-м. н.

в.н.с. Отдела алгебры и топологии

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт математики и механики им. Н. Н. Красовского Уральского отделения Российской академии наук (ИММ УрО РАН)

Почтовый адрес: 620108, Россия, г. Екатеринбург, ул. Софьи Ковалевской, д. 16

телефон: +7 (343) 374-83-32

тел./факс: +7 (343) 374-25-81

e-mail: dir-info@imm.uran.ru

Web: <https://www.imm.uran.ru>