

## Отзыв

официального оппонента о диссертации

Корнева Руслана Александровича

“Вычислимая сводимость метрик на вещественных  
числах”,

представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

по специальности 01.01.06 —

математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертационная работа Р.А. Корнева посвящена решению актуальных проблем на стыке классической теории вычислимости и вычислимого анализа. В ней представлено исследование структур степеней по вычислимой сводимости и слабой сводимости метрик на вещественных числах и произвольных польских пространствах.

Выбор представлений польских пространств, в частности действительных чисел, играет существенную роль при изучении вычислимости на несчетных пространствах. Различные представления приводят к различным классам вычислимых объектов. В особенности при поднятии на уровень функций и выше. Широко известно, например, что при десятичном представлении вещественных чисел, их сложение и умножение не вычислимо, что было замечено К. Крайцем и К. Вейраухом тогда, как при естественном представлении Коши эти операции вычислимы. Анализом и сравнением различных представлений занимались наряду с другими такие выдающиеся ученые как К. Вейраух, К. Ко, Э. Шпекер и другие.

В предложенной диссертации исследуются представления Коши польских пространств, порождённые одной и той же плотной подструктурой и различными метриками, совместимыми с топологией этого пространства. Автор использует понятия вычислимой сводимости и слабой сводимости метрик, которые базируются на сводимости порожденных представлений Коши и индуцируют предпорядки на метриках.

Представленная диссертация содержит следующие основные результаты:

- Доказано, что все выпуклые метрики на  $\mathbb{R}$  лежат в одной степени по вычислимой сводимости.
- Построена бесконечная последовательность вычислимых метрик на вещественной прямой, не сравнимых друг с другом относительно слабой сводимости и вычислимо сводимых к стандартной метрике на  $\mathbb{R}$ .
- Построена бесконечная последовательность вычислимых метрик на веще-

ственной прямой, не сравнимых друг с другом относительно слабой сводимости и находящихся выше стандартной метрики на  $\mathbb{R}$  относительно вычислимой сводимости.

- Доказано, что любой счётный частичный порядок вложим в упорядочение степеней вычислимых метрик на  $\mathbb{R}$  по слабой сводимости выше степени стандартной метрики.
- Доказано, что счётная безатомная булева алгебра вложима в упорядочение степеней вычислимых метрик на  $\mathbb{R}$  по вычислимой сводимости выше степени стандартной метрики с сохранением точных верхних и нижних граней.
- Доказано, что любой счётный частичный порядок вложим в полурешётку степеней вычислимых метрик на произвольном польском пространстве  $X$  по вычислимой сводимости ниже степени любой метрики, относительно которой существует вычислимая предельная точка.
- Доказано, что нижняя полурешётка степеней вычислимых метрик на  $X$  не является направленным вверх порядком и не является верхней полурешёткой в случае, если существует вычислимая метрика на  $X$ , относительно которой существует вычислимая предельная точка.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Она изложена на 78 страницах, библиография содержит 76 наименований. Введение демонстрирует глубокое понимание диссертантом исторических корней поставленных перед ним задач и содержит всесторонний обзор различных подходов к вычислимости на несчетных пространствах, в частности, вещественных числах и включает результаты в этой области, полученных ранее другими авторами такими как Э. Борель, С. Банах, К. Вейраух, С. Мазур, К. Ко, Р. Робинсон, А. Тьюринг, Э. Шпекер, П. Хертлинг, Г. С. Цейтина и многих других. Также введение содержит постановки задач и формулировку основных результатов, полученных диссертантом.

В главе 1 приводятся основные понятия и методы, используемые в дальнейших главах. Наиболее значимыми и интересными являются главы 2–4, содержащие глубокие и технически сложные теоремы. В техническом отношении наибольшее впечатление произвели теоремы 3.2 и теорема 3.3, показывающие богатство структур степеней по слабой и даже по вычислимой сводимости метрик на вещественных числах и требующие для доказательства сложных конструкций на основе метода приоритетов с конечными нарушениями.

Известно, что построение примеров и контрпримеров на вещественных числах является нетривиальным и требует тонкой и сложной техники такой, как метод приоритетов с конечными нарушениями. Например, несовпадение различных подходов к вычислимости на Бэровском пространстве было известно давно (контрпример построен Р. Фридбергом в 1958 г.), тогда как подобный контрпример для вещественных чисел привел Р. Хетлингом только в 2004 г. Соответственно хочется отметить, что Р.А. Корневым проделан большой объем работы и построена серия интересных примеров и контрпримеров, демонстри-

рующих сложность исследуемой области и владение диссертантом подходящей техникой.

Таким образом, в диссертационной работе Р.А. Корневым получен ряд важных результатов, отвечающих на естественные вопросы о свойствах структур степеней по вычислимой и слабой сводимости метрик на вещественных числах и польских пространствах. Результаты диссертации были представлены на ведущих международных и российских конференциях, также на семинарах Теория вычислимости» и «Конструктивные модели» Новосибирского государственного университета и Института математики им. С. Л. Соболева СО РАН и на семинаре кафедры алгебры и математической логики Казанского федерального университета.

В целом диссертация Р.А. Корнева является законченной научной работой, выполненной на актуальную проблематику. Основные результаты, представленные в диссертации, получены автором самостоятельно и опубликованы в 3 работах, входящих в перечень ВАК российских рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук. Диссертация оформлена хорошо, содержит полные и детальные доказательства представленных результатов. Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

На основании вышеизложенного считаю, что диссертация Р.А. Корнева «Вычислимая сводимость метрик на вещественных числах» полностью соответствует п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г., № 842, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Корнев Руслан Александрович, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Кандидат физ.-мат. наук М.В. Коровина  
с.н.с лаборатории Теории параллельных процессов  
ФГБУН Институт систем информатики им. А.П. Ершова  
Сибирского отделения Российской академии наук,  
г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 6  
Тел. +79059515457, e-mail: rita.korovina@gmail.com

4 мая 2022 г.

Подпись М.В. Коровиной заверяю:  
зам. директора по научной работе ИСИ СО РАН,  
к.ф.-м.н. Промский А. В.