

«УТВЕРЖДАЮ»

Зам. Проректора по науке
Уральского федерального университета
имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

д.ф.-м.н., профессор

А.О. Иванов

2021 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ о диссертации Андрея Сергеевича Мамонтова «Периодические группы с плотным спектром», представленной на соискание степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – Математическая логика алгебра и теория чисел.

Актуальность темы исследования. Справедливые для конечных групп утверждения естественно пытаться обобщить на более широкие классы групп – группы с различными условиями конечности. Данная диссертация относится к одному из классических направлений теории групп в ее современных аспектах – исследованию групп с условиями конечности, восходящему к фундаментальным работам У. Бернсайда и Б. Ноймана.

Научная новизна исследования и полученных результатов. Работа носит теоретический характер. Основные результаты данной диссертации являются новыми и несомненно представляют интерес как для специалистов в теории групп, так и для исследователей, специализирующихся в ее приложениях.

Соответствие темы диссертации научной специальности. Диссертация является законченной научной работой по актуальной тематике, относится к классическому направлению теории групп в ее современных аспектах. Содержание данной диссертации соответствует следующему пункту специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»:

- Теория алгебраических структур (полугрупп, групп, колец, полей, модулей и т.д.).

Общая характеристика работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав, которые подразделяются на разделы, заключения и списка литературы. Общий объем составляет 131 страницы, список литературы содержит 119 библиографических единиц.

Во Введении приводится мотивация и обосновывается актуальность исследуемых проблем, излагается история соответствующих вопросов, кратко формулируются основные полученные в диссертации результаты (с указанием соответствующих публикаций, при этом отражен вклад автора диссертации в совместные работы), а также приводится информация о научной новизне и значимости работы, методах исследования и сведения об апробации результатов.

В Первой главе приводятся основные определения, обозначения и используемые в дальнейшем в доказательствах известные результаты и их непосредственные следствия.

В первом разделе **Второй главы** доказывается аналог теоремы Бэра-Сузуки для $p = 2$ в группах периода $4k$, где k нечетно. В последующих разделах рассматриваются группы, порядки элементов которых небольшие. Во втором разделе доказывается конечность и приводится описание подгрупп, порожденных инволюцией и элементом порядка 3, в группах, порядки элементов которых не превосходят 8. В третьем разделе приводятся результаты о подгруппах, порожденных инволюцией и элементом порядка 4. В четвертом и пятом разделах описываются свойства таких подгрупп F_{42} и A_4 . Результаты, полученные в разделах со второго по пятый **Второй главы**, в дальнейшем используются в доказательствах основных результатов **Третьей и Четвертой глав**.

В первом разделе **Третьей главы** доказывается локальная конечность групп периода 12 без элементов порядка 12. Во втором и третьем разделах этой главы доказывается распознаваемость групп M_{10} и $L_3(4)$ по спектру в классе всех периодических групп, соответственно. В четвертом разделе доказывается, что если множество $\mu(G)$ максимальных по делимости порядков элементов группы G равно $\{4, p, 9\}$, где p – число из множества $\{5, 7\}$, то $p=7$ и группа G локально конечна. В пятом и шестом разделах этой главы доказывается, что группа периода 12 локально конечна, если выполнено одно из следующих условий, соответственно: а) порядок произведения любых двух инволюций из группы не равен 4; б) порядок произведения любых двух инволюций из группы не равен 6.

В **Четвертой главе** доказывается локальная конечность ОС₆- и ОС₇-групп (здесь разделы соответствуют этапам доказательства), в частности, доказана распознаваемость группы A_7 по спектру в классе периодических групп. Также в пятом разделе данной главы доказывается, что если $\mu(G) = \{6, 7\}$, то группа G является расширением локально конечной группы с помощью группы без инволюций.

В **Пятой главе** получена классификация конечных минимальных 3-порожденных групп 6-транспозиций.

В **Заключении** приводятся основные результаты диссертационного исследования.

Обоснованность и достоверность результатов проведенных исследований определяется математическим обоснованием (доказательством) всех сформулированных теорем.

Значимость диссертационной работы для науки. В диссертационной работе получен ряд значимых результатов, в частности, обобщающих известные результаты для конечных групп на случай периодических групп, а также получены ответы на известные открытые вопросы. Так, получение аналога теоремы Бэра-Сузуки для $p = 2$ в группах периода $4k$, где k нечетно, дает частичный ответ на вопрос 11.11 из Коуровской тетради. Обобщения результатов Р. Брандла и В. Ши о конечных ОС_n-группах на случай периодических ОС₆- и ОС₇-групп, полученные в диссертационной работе, дают полное решение вопросов 16.56 и 19.80 и частичное решение вопроса 13.64 из Коуровской тетради. Доказанная в диссертационной работе распознаваемость по спектру групп M_{10} и $L_3(4)$ в классе периодических групп обобщает известные ранее результаты о распознаваемости этих групп по спектру в классе конечных. Отметим, что многие конечные простые группы распознаваемы или почти распознаваемы по спектру в классе конечных групп, в то же время до сих пор известно не так много примеров конечных групп, распознаваемых по спектру в классе периодических групп. Кроме того, в диссертационной работе получен ряд интересных результатов о локальной конечности групп, порядки элементов которых небольшие, и групп периода 12 с различными дополнительными условиями, в частности, результат о локальной конечности групп периода 12 без элементов порядка 12, обобщающий теоремы И.Н. Санова и М. Холла. Эти результаты, а также разработанные для их получения методы будут очень полезны для дальнейшего развития направления исследования групп с условиями конечности. Также значимым результатом является полученная в диссертационной работе классификация конечных минимальных 3-порожденных групп 6-транспозиций, этот результат используется в теории

Майорана, предложенной А.А. Ивановым для аксиоматизации свойств алгебры Грайса.

Форма изложения материала, публикации, апробация результатов.

Данная диссертационная работа выполнена с соблюдением рекомендаций, установленных ВАК. Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в трех статьях автора и десяти совместных статьях, все статьи – в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК для представления основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук, все издания включены в базы данных Scopus и/или Web of Science. Полученные в диссертационной работе результаты докладывались на ведущих международных конференциях по алгебре и по теории групп, проходивших как в России, так и за рубежом. К сожалению, ни в тексте диссертации, ни в тексте автореферата не приводится явного списка конференций, на которых докладывались основные результаты диссертации, хотя имеется информация о местах проведения этих конференций, которая после приложения некоторых усилий позволяет восстановить их названия и даты проведения. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

Рекомендации по использованию результатов и выводов диссертации.

Полученные в диссертационной работе результаты будут полезны для дальнейших исследований в как в теории групп, в теории колец, в теории Майорана, так и в их приложениях. Также эти результаты могут быть использованы для включения в курсы по алгебре и по теории групп, которые читаются в ведущих Российских и зарубежных университетах.

Замечания к работе. Текст диссертационной работы, в целом, хорошо написан, однако работа содержит ряд мелких опечаток и текстовых шероховатостей, которые не влияют на качество полученных в диссертации результатов. В качестве примера отметим, что формулировка «данная группа распознается по спектру в классе всех групп» некорректна, здесь речь идет, естественно, о распознаваемости в классе всех периодических групп, поскольку понятие спектра определено только для групп из этого класса.

Общее заключение по работе. Диссертационная работа «Периодические группы с плотным спектром» представляет собой законченную научно-квалификационную работу. Полученные в диссертации результаты имеют существенное значение как для теории групп, так и для ее приложений, их совокупность которых можно квалифицировать как научное достижение.

Диссертационная работа Мамонтова Андрея Сергеевича «Периодические группы с плотным спектром» соответствует требованиям пунктов 9-14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ №842 от 24.09.2013, а ее автор, Мамонтов Андрей Сергеевич, заслуживает присуждения степени

доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 –
«Математическая логика, алгебра и теория чисел».

Содержание диссертации Мамонтова Андрея Сергеевича «Периодические группы с плотным спектром» обсуждалось на заседании Кафедры алгебры и фундаментальной информатики Института естественных наук и математики Уральского федерального университета имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, протокол заседания кафедры №7 от 29 сентября 2021 г., на заседании Международного семинара «Уральский семинар по теории групп и комбинаторике (Ural Seminar on Group Theory and Combinatorics)» 12 октября 2021 года, подробную информацию о докладе Мамонтова Андрея Сергеевича на этом семинаре можно найти на сайте семинара <https://conf.uran.ru/Default?cid=2020uwgtc-talk> .

Отзыв составили

Волков Михаил Владимирович,
заведующий Кафедрой алгебры и фундаментальной информатики
Института естественных наук и математики

д. ф.-м. н., профессор

М.В. Волков

Маслова Наталья Владимировна,
профессор Кафедры алгебры и фундаментальной информатики
Института естественных наук и математики

д. ф.-м. н.

Н.В. Маслова

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Уральский федеральный университет имени первого
Президента России Б.Н. Ельцина» (УрФУ)

Почтовый адрес: 620002, Уральский федеральный округ, Свердловская
область, Екатеринбург, ул. Мира, 19

телефон: +7 (343) 375-45-07; 375-46-09

тел./факс: +7 (343) 375-97-78

e-mail: rector@urfu.ru

Web: <https://www.urfu.ru>