

ОТЗЫВ

научного руководителя на диссертационную работу
Красицкой Анастасии Игоревны на тему
«Делимые полигоны с примитивно нормальными и стабильными теориями»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук
по специальности

01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Одним из направлений теоретико-модельной алгебры является изучение алгебраических свойств моноидов в зависимости от теоретико-модельных свойств полигонов над этими моноидами. Подобная проблематика берет свое начало в теории моделей модулей над ассоциативными кольцами, где, в частности, решаются задачи описания колец, над которыми некоторый класс модулей аксиоматизируем, полон, стабилен и т.д. (работы Преста М., Эклофа П., Саббаха Г. и других). Под (левым) S -полигоном над моноидом S понимается множество, на котором S действует слева, при этом единица S действует тождественно. Левый S -полигон над моноидом S можно рассматривать как естественное обобщение левого модуля над кольцом. Именно поэтому многие вопросы, поставленные и решенные в теории моделей модулей, могут быть сформулированы и для S -полигонов. В диссертационной работе Красицкой А.И. рассмотрены вопросы примитивной нормальности, примитивной связности, стабильности и обобщенной стабильности, касающиеся главным образом класса делимых S -полигонов.

Благодаря наличию структуры группы в модуле примитивные копии любой примитивной формулы в модуле либо не пересекаются, либо совпадают. Это свойство было обобщено до понятия примитивной нормальности в работах Пиллая А. и Е.А. Палютиным. Также достаточно близкими к теории произвольного модуля являются примитивно связные теории. Палютиным Е.А. для примитивно связных теорий была доказана теорема об элиминации кванторов до примитивных формул, обобщающая аналогичную теорему Баура, Гаравaglia и Монка для теории модулей. Вопросы примитивной нормальности и примитивной связности для теории S -полигонов рассматривались в работах Степановой А.А., Птахова Д.О., Ефремова Е.Л. В диссертации аналогичные вопросы рассмотрены для класса делимых S -полигонов. А именно, доказано, что для произвольного моноида S класс делимых S -полигонов примитивно нормален тогда и только тогда,

когда S – линейно упорядоченный моноид; класс делимых S -полигонов примитивно связан тогда и только тогда, когда S – группа.

Важной характеристикой любой теории является стабильность. Это понятие было введено С. Шелахом и явилось обобщением понятия тотально трансцендентной теории, введенного М. Морли. Известно, что каждая полная теория R -модулей над кольцом R стабильна, тогда как существуют S -полигоны с нестабильной теорией. Первые результаты о стабильности теорий S -полигонов принадлежат Мустафину Т.Г. Он доказал, что теории всех S -полигонов стабильны тогда и только тогда, когда S – упорядоченный моноид; теории всех S -полигонов суперстабильны тогда и только тогда, когда S – вполне упорядоченный моноид. Далее исследования, касающиеся стабильности различных классов S -полигонов, продолжили Пуаза Б., Гоулд В., Степанова А.А., Птахов Д.О., Ефремов Е.Л. В диссертационной работе Красицкой А.И. дано описание моноидов, над которыми все делимые S -полигоны имеют стабильную, суперстабильную, ω -стабильную теорию. В частности, получены результаты, аналогичные упомянутым выше результатам Мустафина Т.Г.: все делимые S -полигоны имеют стабильную (суперстабильную) теорию тогда и только тогда, когда S – линейно (вполне) упорядоченный моноид. Также доказано, что для коммутативного моноида S все делимые S -полигоны имеют ω -стабильную теорию тогда и только тогда, когда либо S – абелева группа с не более чем счетным числом подгрупп, либо моноид S конечен и имеет единственный собственный идеал.

Остановлюсь на результатах, касающихся P -стабильности теорий S -полигонов. Т.Г. Мустафин ввел понятие T^* -стабильной теории, обобщающее понятие стабильной теории. С. Шелах показал, что стабильность теории равносильна определмости любого полного типа. Е.А. Палютин уточнил понятие T^* -стабильной теории, введя понятие E^* -стабильной (обобщенно стабильной) теории, для которой выполняется теорема об определмости типов. В диссертационной работе изучаются некоторые частные случаи обобщенной стабильности, а именно, $(P,1)$ -, (P,s) -, (P,a) - и (P,e) -стабильность для теорий S -полигонов. Получено необходимое условия $(P,1)$ - и (P,e) -стабильности для класса S -полигонов, удовлетворяющих ряду свойств, в частности, для классов всех S -полигонов, свободных, сильно плоских, проективных, делимых S -полигонов. Как следствие, доказано, что классы всех S -полигонов, свободных S -полигонов, сильно плоских S -полигонов, проективных S -полигонов, делимых S -полигонов $(P,1)$ -стабильны только в том случае, когда S – одноэлементный моноид; описаны моноиды, над которыми класс регулярных S -полигонов $(P,1)$ -стабилен; для случая (P,s) -, (P,a) - и (P,e) -стабильности аналогичные результаты выглядят более

интересно: классы всех S -полигонов, делимых S -полигонов (P,s) -, (P,a) -, (P,e) -стабильны в том и только том случае, когда S – группа; приведена характеристика коммутативных моноидов, для которых класс регулярных S -полигонов (P,s) -, (P,a) -, (P,e) -стабилен.

Все основные результаты работы получены Красицкой А.И. самостоятельно.

Считаю, что диссертационная работа А.И. Красицкой удовлетворяет требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.06-математическая логика, алгебра и теория чисел, а ее автор – А.И. Красицкая заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель
д.ф.-м.н.

А.А. Степанова

15.04.2021 г.