



UNIVERSITY OF  
BIRMINGHAM

SCHOOL OF MATHEMATICS

## ОТЗЫВ

официального оппонента Шпекторова Сергея Викторовича  
на диссертацию СКРЕСАНОВА Савелия Вячеславовича  
«Классы максимальных подгрупп в конечных группах»,  
представленную на соискание учёной степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.06 —  
математическая логика, алгебра и теория чисел

Общая тема диссертации — изучение свойств максимальных подгрупп, что является одним из классических и наиболее разработанных направлений в теории конечных групп. В этой связи, понятие максимальной в диссертации трактуется более широко, и точный смысл каждый раз диктуется конкретным вопросом. Например, нахождение максимальной подгруппы симметрической группы, сохраняющей структуру графа на множестве точек, есть не что иное, как классическая проблема нахождения полной группы автоморфизмов графа. Вопрос о существовании полиномиального алгоритма для нахождения группы автоморфизмов остается открытым, несмотря на существенные продвижения в последние несколько лет, как например доказательство Л. Бабаи существования квазиполиномиального алгоритма.

Понятие 2-орбиты (и, более широко,  $m$ -орбиты), введенное Х. Виландом, является естественным обобщением понятия симметрического графа. Соответственно, возникает вопрос о нахождении максимальной подгруппы симметрической группы, сохраняющей 2-орбиты данной группы подстановок  $G$ . Такая максимальная подгруппа называется 2-замыканием  $G$  и обозначается  $G^{(2)}$ . Проблема нахождения 2-замыкания сравнима по сложности с нахождением полной группы автоморфизмов графа. Полиномиальность этой проблемы была подтверждена в ряде случаев, начиная с работы С.А. Евдокимова и И.Н. Пономаренко о группах нечетного порядка. И.Н. Пономаренко и Д.В. Чуриков завершили случай нильпотентных групп, а А.В. Васильев и И.Н. Пономаренко подтвердили полиномиальность для сверхразрешимых групп. Случай общих разрешимых групп остается пока открытым.

Важным параметром группы подстановок является ее ранг  $r$ , равный числу 2-орбит. Уже в первом нетривиальном случае  $r = 3$  струк-

тура 2-замыкания была неизвестна, и именно эта проблема успешно решается в данной диссертации. Заметим, что группы ранга 3 были полностью определены по модулю классификации конечных простых групп в ряде работ М. Либкеком, Я. Сакслем и другими математиками. Поскольку 2-замыкание группы ранга 3 также является группой ранга 3, вопрос по сути состоит в нахождении всех вхождений групп подстановок ранга 3 друг в друга. Этот вопрос является совершенно нетривиальным, и его решение является серьезным вкладом в теорию конечных групп. Отметим также связь с вопросом о факторизации группы ранга 3.

Важность этого результата подчеркивается еще и тем, что, попутно, в диссертации получен отрицательный ответ на проблему 19.67 из «Коуровской тетради» о структуре 2-замыкания разрешимой группы подстановок.

Уже только одних этих результатов было бы достаточно для неплохой кандидатской диссертации, но автор здесь не останавливается. Во второй части диссертации он строит полиномиальный алгоритм для решения вопроса о представимости группы в действии на дереве. Эта проблема была предложена С. Дуттой и П.П. Курур, и она эквивалентна нахождению собственной подгруппы минимального индекса. Этот результат также вносит существенный вклад в теорию конечных групп.

Наконец, в заключительной части диссертации автор предлагает доказательство известного обобщения теоремы Виланда-Хартли для субмаксимальных подгрупп из полного класса. Это обобщение было анонсировано Х. Виландом, но его доказательство так и не было опубликовано. Таким образом, диссертация заполняет важный пробел в теории групп.

Диссертация состоит из введения, дающего детальный обзор исследуемых вопросов и известных теорем, трех глав (отвечающим уже упомянутым главным результатам), заключения и приложения, содержащего табличные данные, используемые в первой главе. Она изложена на 65 страницах. Список литературы включает 68 наименований.

Диссертация представляет собой законченное научное исследование на актуальную тему. Она содержит новые сильные результаты, вносящие существенный вклад в теорию конечных групп, которые будут полезны для продолжения исследования вопросов, связанных с группами автоморфизмов комбинаторных объектов и сложности комбинаторных и теоретико-групповых алгоритмов.

Результаты диссертации опубликованы в четырех печатных работах, опубликованных в журналах, входящих в перечень ВАК рецензируемых научных изданий и индексируемых базах данных Scopus и Web of Science. Результаты диссертации неоднократно докладывались на семинарах и международных научных конференциях. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация хорошо написана, все доказательства детально объяснены. Конечно, в тексте такой длины не может не быть недочетов. Например, на страницах 3, 6 и некоторых других допущены мелкие грамматические ошибки (не известно, не сложно), а на странице 7 есть опечатка в формуле (должно быть  $A$  вместо  $H$ ). Но все эти мелкие неточности легко устранимы и несколько не умаляют научную значимость диссертации.

Считаю, что данная диссертация Савелия Вячеславовича Скресанова «Классы максимальных подгрупп в конечных группах» удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения ученых степеней», а ее автор, Скресанов Савелий Вячеславович, безусловно заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент:

кандидат физ.-мат. наук Шпекторов Сергей Викторович,  
профессор Бирмингемского университета, Эджбастон,  
Бирмингем B15 2TT, Великобритания  
s.shpectorov@bham.ac.uk  
+44(121)414-66-04

«08» НОЯБРЯ 2021 г.