

ОТЗЫВ

официального оппонента Кузнецова Александра Алексеевича
на диссертацию МАМОНТОВА Андрея Сергеевича
«Периодические группы с узким спектром»,
представленную на соискание учёной степени доктора
физико-математических наук по специальности 01.01.06 –
математическая логика, алгебра и теория чисел

В диссертационной работе А. С. Мамонтова рассматривается задача описания периодических групп с ограничениями на множество порядков элементов группы, которое называется спектром. Основной мотив исследований связан с известной проблемой У. Бернсайда, которую можно интерпретировать как вопрос о том, какие спектры обеспечивают локальную конечность соответствующей группы.

Проблема Бернсайда стала предметом исследования многих математиков во всем мире. Первым его последователем можно считать Б. Ноймана, который в 1937 году доказал локальную конечность групп с плотным спектром $\{1, 2, 3\}$. В 1940 году И. Н. Санов доказал локальную конечность групп периода 4. В 1958 году М. Холл доказал локальную конечность групп периода 6 и описал их нормальное строение. В 1968 году П. С. Новиков и С. И. Адян написали серию работ, в которых доказывалось существование бесконечной m -порождённой группы периода n для нечётного $n \geq 4381$. В 1979 году М. Ньюмен описал группы со спектром $\{1, 2, 5\}$. В 1992 году независимо С. И. Ивановым и И. Г. Лысёнком было анонсировано существование не локально конечных групп конечного периода 2^t . Приведённые результаты показывают интерес и актуальность данной тематики для современной теории групп.

Периодическая группа G называется группой с плотным спектром, или OC_n -группой, если её спектр состоит из всех натуральных чисел от 1 до некоторого натурального числа n . В 1991 году Р. Брандл и В. Ши опубликовали работу, которая содержит классификацию всех конечных OC_n -групп. В частности, они доказали, что при $n > 8$ конечных OC_n -групп не существует. Из работ исследователей известно, что при $n \leq 5$ периодические OC_n группы локально конечны. Вопросы о локальной конечности OC_6 и OC_7 групп были записаны в «Коуровскую тетрадь» под номерами 16.56 и 19.80 В. Д. Мазуровым и В. Ши, соответственно. В диссертационной работе доказывается, что OC_6 и OC_7 -группы локально конечны.

Периодическая группа G называется распознаваемой по спектру в классе групп $\mathfrak{M}$, если любая группа, имеющая такой же спектр, что и G , и лежащая в $\mathfrak{M}$, изоморфна G . К настоящему времени в работах вуншительной группы исследователей показано, что многие конечные простые группы распознаваемы по спектру в классе конечных групп. В 1999 году А. Х. Журтов и В. Д. Мазуров доказали, что проективные специальные линейные группы $L_2(2^m)$ распознаваемы по спектру в классе всех групп для любого $m > 1$. В работе 2007 года А. А. Кузнецова и Д. В. Лыткиной получен аналогичный результат для группы $L_2(7)$. В диссертации А. С. Мамонтова получены существенные результаты в этом направлении и доказано, что группы Матьё M_{10} и $M_{21} \simeq L_3(4)$, а также знакопеременная группа A_7 , являющаяся OC_7 -группой, распознаваемы по спектру в классе периодических групп.

Кроме того, можно выделить следующие важные результаты, полученные в диссертационной работе: доказана локальная конечность групп периода 12 без элементов порядка 12; получен аналог теоремы Бэра-Сузуки для $p = 2$ в группах периода $4k$, где k нечётно;

исследовались группы, спектры которых состоят из делителей чисел $\mu(G) = \{4, p, 9\}$, где $p \in \{5, 7\}$ и $\mu(G) = \{6, 7\}$. Наконец, доказано, что группа периода 12 локально конечна, если выполнено одно из следующих условий: а) порядок произведения любых двух инволюций из группы не равен 4; б) порядок произведения любых двух инволюций из группы не равен 6.

В работе используются классические методы теории групп: теория конечных простых групп, методы локального анализа, теория периодических групп, а также вычисления в системе компьютерной алгебры GAP, использующие алгоритм перечисления смежных классов. Кроме того, в работе используются оригинальные методы, разработанные автором. Отметим, что эти методы были использованы для классификации минимальных 3-порождённых групп 6-транспозиций. Данный результат можно считать прикладным по отношению к основной тематике исследования.

Работа прошла всестороннюю апробацию. По результатам диссертации были сделаны доклады на конференциях в Новосибирске, Москве, Санкт-Петербурге, Екатеринбурге, Нальчике, Минске (Беларусь), Сент-Андрусе, Уорике, Бирмингеме (Англия), Искье (Италия). Результаты работы докладывались на семинарах «Теория групп» и «Алгебра и логика» Института математики СО РАН и НГУ.

Диссертация оформлена должным образом. Она состоит из введения, 5 глав и списка литературы, изложена на 131 странице, библиография содержит 119 наименований. Первая глава посвящена основным определениям, обозначениям и используемым результатам и содержит три соответствующих раздела. Доказательство основных результатов диссертации последовательно излагается в главах 2–5. Результаты диссертации опубликованы в 13 работах в изданиях, входящих в перечень рецензируемых научных журналов, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертации на соискание учёных степеней.

Изложение материала в диссертации соответствует всем требованиям, предъявляемым к математическим текстам: все выносимые на защиты основные результаты снабжены достаточно полными и строгими доказательствами, все используемые в тексте результаты других авторов снабжены ссылками на цитируемые источники. Текст диссертации написан ясным математическим языком.

Оформление работы, однако, не лишено недостатков. Отметим некоторые из них.

1. Диссертация не свободна от опечаток. Например, на странице 18 при определении группы F_{36} пропущена закрывающаяся скобка. На странице 50 не хватает буквы в слове «циклическая».

2. В работе используются компьютерные вычисления, основанные на алгоритме перечисления смежных классов. Проверка некоторых из них занимает продолжительное время. В подобных случаях полезно было бы указывать соответствующие характеристики компьютеров и время вычислений. Вероятно, автору следовало бы использовать также алгоритм Кнута-Бендикса, так как в некоторых случаях он может работать быстрее процедуры перечисления смежных классов.

3. При доказательстве результатов о распознаваемости по спектру иногда не проговаривается, но используется, что группа распознаваема по спектру в классе конечных групп. Эти результаты отмечались во введении, но, полагаю, их стоит также добавить и в доказательстве.

Указанные недостатки вовсе не снижают общего положительного впечатления от диссертации, являющейся существенным вкладом в развитие теории групп.

Результаты диссертации являются новыми, полностью доказаны и своевременно опубликованы в рецензируемых изданиях. Автореферат диссертации правильно отражает её содержание. Диссертация носит теоретический характер. Результаты могут быть использованы в дальнейших исследованиях по теории групп.

Считаю, что диссертация Андрея Сергеевича Мамонтова «Периодические группы с узким спектром» удовлетворяет требованиям п. 9 «Положения о порядке присуждения учёных степеней», а её автор, Мамонтов Андрей Сергеевич, без сомнений, заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор,
директор научно-образовательного центра
«Институт космических исследований
и высоких технологий»
СибГУ им. М. Ф. Решетнева

Кузнецов Александр Алексеевич

Сведения об организации:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика М. Ф. Решетнева» (СибГУ им. М.Ф. Решетнева)
660037, г. Красноярск, проспект им. газеты «Красноярский рабочий», 31
тел. +7 (391) 264-00-14, +7 (391) 266-03-87
e-mail: info@sibsau.ru

Подпись Кузнецова Александра Алексеевича заверяю:
Учёный секретарь СибГУ им. М. Ф. Решетнева

Гончаров А. Е.