

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Мархабатова Нурлана Дарханулы
«Теоретико-модельные и топологические свойства семейств теорий»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел

1. Актуальность темы исследования и ее связь с общенаучными и общегосударственными программами. Диссертационная работа Н. Д. Мархабатова посвящена вопросам, относящимся к естественному развитию теории псевдоконечных структур и теории топологических пространств, применяемых в дискретной математике, а именно, к теоретико-модельным и общим топологическим свойствам семейств теорий, к изучению свойств различных рангов этих семейств и операторов замыкания.

Начало изучения теории псевдоконечных структур можно отнести к локальной теореме А. И. Мальцева. Затем появились работы Ю. Л. Ершова, Дж. Акса, Г. Черлина, ван ден Дриеса и А. Макинтайра, З. Шатзидакис, А. Пиллэя, Э. Хрушовского, С. Шелаха, Б. И. Зильбера, С. В. Судоплатова, Б. Ш. Кулпешова, Э. Росена и др. Вопросы свойств топологических структур в дискретной математике были изучены в работах Ю. Л. Ершова, продолжены в работах С. В. Судоплатова и др. Актуальность тематики подтверждается значительным количеством опубликованных результатов, полученным в последние годы.

Представленные в диссертационной работе результаты направлены на развитие теории семейств полных и неполных теорий логики предикатов первого порядка как с точки зрения теории моделей, так и с точки зрения общей топологии. Основные результаты получены в рамках проекта РФФИ (Российский фонд фундаментальных исследований) 20-31-90003 в НГТУ, а результаты последней главы в рамках проекта РФФИ 17-01-00531 в Институте математики имени С. Л. Соболева СО РАН. Результаты исследования включены в ежегодные научные отчеты по программам фундаментальных исследований. Автор диссертации являлся одним из исполнителей следующих научных проектов, результаты которых частично представлены в материалах диссертации: РФФИ 17-01-00531 «Вопросы классификации синтаксических и семантических объектов»; 20-31-90003 «Семейства элементарных теорий, их характеристики, теоретико-модельные и топологические свойства». Кроме того, Мархабатов Нурлан принимал участие в казахстанских научных проектах Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан: AP05132349 «Вычислимость, интерпретируемость и алгебраические структуры»; AP08855497 «Теоретико-модельные и алгоритмические свойства алгебраических структур»; AP08855544 «Структурные свойства почти омега-категоричных упорядоченных теорий».

2. Научные результаты и их обоснованность. Отметим основные результаты диссертации Н. Д. Мархабатова:

— Построены семейства теорий подстановок, имеющее наперед заданные счетный ранг и степень. Доказано, что в семействе теорий подстановок любая теория является теорией конечной структуры или аппроксимируется теориями конечных структур. Получен критерий псевдоконечности локально свободных алгебр.

— Получены характеристики и динамика подсемейств заданных семейств теорий относительно ранга и степени определимых предложениями и определимых диа-

граммами, получены исчисления для этих подсемейств. Охарактеризованы топологические свойства и ранги алгебр, связанные с определимыми предложениями и диаграммами подсемейств семейств теорий.

— Описаны топологические свойства, ранги для семейств теорий, их замыкания и динамика. Дана характеристика видов топологий семейств теорий. Установлена связь между рангами и топологиями для семейств теорий. Рассмотрены булевы комбинации s -определимых семейств теорий, определены ранги и степени относительно этих семейств, описаны значения этих характеристик. Изучены замыкания семейств теорий относительно s -определимых подсемейств и их булевых комбинаций, описаны свойства операторов замыкания, а также охарактеризовано условие существования наименьшего порождающего множества. Описаны ранги и степени для семейств всех теорий произвольно заданных сигнатур.

Диссертация состоит из введения, четырех основных разделов, заключения и списка литературы (использованных источников). Во вводной части приводятся обосновывающиеся актуальность тематики, дается исторический обзор, и намечаются основные задачи исследования.

В первом основном разделе (глава 1) приводятся сведения о топологии, о семействах полных теорий и сведения из теории аппроксимаций и теории моделей псевдоконечных структур.

В главе 2 рассмотрены вопросы, касающиеся определимости подсемейств полных теорий, исчисления для семейств теорий и алгебр для определимых подсемейств теорий, приводится доказательство основных теорем 2.1.1, 2.1.8–10, следствия 2.2.16, теоремы 2.2.25.

В главе 3 изучены вопросы топологии, ранги и замыкания для семейств полных теорий, вводятся понятия ранга и степени, различные виды минимальности подсемейств. Доказаны основные теоремы о подсемействах (теоремы 3.2.4, 3.4.12) и замыканиях (теорема 3.6.18, 3.6.22, 3.7.4, 3.8.12).

В главе 4 приведены приложения разрабатываемой теории к элементарным теориям перестановок. Доказаны теоремы 4.1.6, 4.1.7 и 4.2.7.

Таким образом, в диссертации обоснованы и решены важные теоретико-модельные и топологические вопросы семейств теорий логики предикатов первого порядка.

3. Степень обоснованности и достоверности каждого научного результата, выводов и заключения соискателя, сформулированных в диссертации и автореферате. Научные результаты, представленные в диссертации, соответствуют паспорту специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел и являются существенным вкладом в развитие как общей топологии семейств полных и неполных теорий, так и области теоретико-модельных свойств семейств теорий логики предикатов первого порядка.

Диссертация обладает внутренним единством: все основные результаты относятся к теоретико-модельным и топологическим свойствам семейств теорий.

Достоверность всех полученных в диссертации результатов подтверждена строгими и достаточно полными математическими доказательствами и необходимыми выкладками, а также их апробацией на научных конференциях и семинарах.

Автореферат вполне адекватно отражает содержание диссертации.

4. Степень новизны каждого научного результата, вывода соискателя, сформулированных в диссертации. Все основные результаты диссертации являются новыми и интересными, своевременно опубликованы в ведущих математических журналах.

5. Практическая и теоретическая значимость научных результатов. Все основные результаты диссертации имеют теоретическое значение и могут использоваться как для чтения спецкурсов, так и дальнейших исследований в области теории моделей в ведущих научных центрах России и других стран.

6. Замечания, предложения по диссертации и автореферату. Отметим некоторые замечания по тексту диссертации:

1. На странице 4 автореферата во фразе «Ранг для семейств теорий, можно...» занятая лишняя.

2. На странице 15 автореферата используется без пояснения понятие V_{σ} -определимого подсемейства.

3. На странице 16 автореферата в 3-м пункте формулировки теоремы 3.12 встречается индекс V_d , ранее не поясненный.

4. На странице 4 диссертации встречается несогласование по числу: «исследованы комбинация».

5. Несколько раз встречается неправильный перенос на новую строку, когда инициалы остаются на одной строке, а фамилия идет уже на следующей, например, на страницах 6, 7, 8, 9.

6. На странице 13 диссертации и говорится о языке Σ , хотя подразумевается не язык, а сигнатура. Но так как по языку однозначно восстанавливается сигнатура, а по сигнатуре единственным образом выстраивается язык, смысл предложения можно понять без проблем, но было бы лучше писать точнее. Такая же неточность встречается несколько раз по тексту, например, на странице 25.

7. На странице 14 диссертации на первой строке написано «структура ..., расширенная предикатами...». В данном случае лучше писать «обогащенная».

8. На странице 15 в определении 1.2.4 вместо « e -спектр» написано «спектр».

9. На страницах 16–19 и других встречается неправильное согласование по родам после использования наименования объекта каким-либо символом. Например, «существует T , такое что». Так как под T подразумевается теория, то следует писать «существует T , такая что». На странице 89 из-за неправильного согласования по родам немного изменился смысл определения длины цикла, но восстановить правильный смысл не составляет труда.

10. На страницах 24, 27, 28, 29, 40 вместо тире использован дефис.

11. На странице 26 в формулировке теоремы 2.1.9 применяется конструкция в виде «... и... или...». Не сразу понятно, какую логическую операцию применять в первую очередь, но от порядка выполнения логических связей зависит смысл предложения. При помощи перебора вариантов смысл восстановить удалось, но было бы лучше избегать на письме таких двусмысленных конструкций.

12. На странице 45 упоминаются «беспринципные ультрафильтры». Видимо, имеется в виду неглавный ультрафильтр, а «беспринципный» — это перевод с английского «non-principal».

13. На странице 79 вводится понятие tbsig-подсемейства. Не самый удачный вариант для термина.

14. Встречаются и пунктуационные неточности, но их немного.

Перечисленные недостатки легко устранимы и не оказывают существенное влияние на общее понимание текста. В целом оформление и диссертации, и автореферата хорошие, доказательства, многие из которых достаточно нетривиальны, проведены подробно и тщательно.

7. Соответствие содержания диссертации в рамках требований Правил присуждения ученых степеней. Считаю, что диссертация Н. Д. Мархабатова «Георетико-модельные и топологические свойства семейств теорий» полностью соответствует п. 9 «Положении о порядке присуждения ученых степеней» от 24 сентября 2013 г. №842, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК Минобрнауки к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Мархабатов Нурлан Дарханулы, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент
кандидат физ.-мат. наук, доцент, профессор
кафедры инженерной механики и моделирования
Казахского национального
исследовательского технического
университета имени К. И. Сатпаева

/ Вербовский Виктор Валериевич /

«03» ноября 2021 г.
Ул. Сатпаева, 22, Алматы, 050013

НАО «Казахский национальный исследовательский технический университет имени
К. И. Сатпаева»

Тел.: +77772600306, e-mail: v.verbovskiy@satbayev.university