ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Савелия Вячеславовича Скресанова
«Классы максимальных подгрупп в конечных группах»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06 —
математическая логика, алгебра и теория чисел

В теории конечных групп и групп подстановок конечных множеств особую роль играют индуктивные рассуждения, поэтому неудивительно, что изучение максимальных подгрупп — одно из центральных направлений этой теории. При этом трактовать максимальность можно по-разному: максимальность по порядку, по включению, максимальность среди подгрупп с заданными свойствами и т.п. Именно так, широко, это понятие и используется в диссертации С. В. Скресанова.

В первой главе речь идет о группах подстановок. Напомним, что группа подстановок G на множестве Ω действует естественным образом на декартовой степени Ω^m, орбиты этого индуцированного действия называются m-орбитами. Максимальная подгруппа симметрической группы подстановок $\mathrm{Sym}(\Omega)$, имеющая такие же m-орбиты, что и G, называется m-замыканием группы G. Если смотреть на совокупность m-орбит данной группы как на некоторую комбинаторную структуру, то m-замыкание будет полной группой автоморфизмов этой структуры.

Понятие m-замыкания было введено Х. Виландом в 1969 году и успешно использовалось в качестве инструмента изучения групп подстановок. Особый интерес к теории m-замыканий возник в связи с проблемой изоморфизма графов. Напомним, что ранг группы подстановок — это число ее 2-орбит. В диссертации описаны 2-замыкания всех групп подстановок ранга 3 достаточно большой степени, а, следовательно, и полные группы автоморфизмов всех графов ранга 3 с достаточно большим числом вершин. Кроме того, получен отрицательный ответ на вопрос И. Н. Пономаренко из «Коуровской тетради»: построена бесконечная серия разрешимых групп подстановок, 2-замыкание которых содержит неабелевы композиционные факторы, отличные от знакопеременных групп.

Во второй главе рассматриваются алгоритмические аспекты проблемы поиска подгрупп максимального порядка. А именно, в диссертации построен полиномиальный алгоритм вычисления подгруппы максимального порядка для конечной группы, заданной таблицей умножения. Из этого результата вытекает положительный ответ на вопрос С. Дутты и П. П. Курура о представимости группы на дереве, т. е. о существовании гомоморфизма из данной конечной группы в группу автоморфизмов конечного дерева. Более того, показано, что такой гомоморфизм, если он существует, можно найти явно.

В третьей главе диссертации изучаются подгруппы конечной группы, максимальные в некотором полном классе. Напомним, что класс конечных групп $\mathfrak{X}$ называется полным, если он замкнут относительно взятия прямых произведений, гомоморфных образов и расширений. Группа, принадлежащая классу $\mathfrak{X}$, называется $\mathfrak{X}$-группой, а максимальной $\mathfrak{X}$-подгруппой некоторой группы называется максимальная по включению $\mathfrak{X}$-подгруппа.

В 1979 году на конференции в Санта-Круз Х. Виланд выдвинул программу по изучению максимальных $\mathfrak{X}$-подгрупп посредством изучения проекций на факторы композиционного ряда группы. Центральной в данном подходе стала концепция субмаксимальной $\mathfrak{X}$-подгруппы: точнее, H — субмаксимальная $\mathfrak{X}$-подгруппа группы G, если G можно вложить в некоторую конечную группу G^* так, что G субнормальна в G^*, а H является пересечением G и некоторой максимальной $\mathfrak{X}$-подгруппы в G^*. На той же конференции Виланд анонсировал следующее обобщение утверждения, называемого сейчас теоремой Виланда–Хартли: для произвольного полного класса групп $\mathfrak{X}$ и субмаксимальной $\mathfrak{X}$-подгруппы H группы G фактор-группа нормализатора $N_G(H)$ по H не содержит нетривиальных $\mathfrak{X}$-подгрупп. Доказательство этого обобщения так и не было опубликовано Виландом. Этот существенный пробел в теории максимальных $\mathfrak{X}$-подгрупп восполняется в диссертации. Тем самым получен мощный индукционный инструмент для реализации программы Виланда.

Считаю, что диссертация С. В. Скресанова соответствует всем критериям, установленным в положении о присуждении научных степеней: работа посвящена актуальной теме, полученные в ней результаты составляют цельное научное исследование, являются новыми, полностью и правильно обоснованы, своевременно и в полном объеме опубликованы в научных изданиях. Результаты и методы, предложенные автором, будут использованы в дальнейших исследованиях в теории конечных групп, групп подстановок, алгебраической комбинаторике и теории сложности вычислений. Вышеизложенное позволяет утверждать, что Савелий Вячеславович Скресанов заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель
доктор физико-математических наук
профессор Андрей Викторович Васильев
630090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4
телефон: +7 383-3297646
e-mail: vasand@math.nsc.ru
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт математики им. С. Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук
главный научный сотрудник лаборатории алгебры ___________ А. В. Васильев
14 сентября 2021 г.

Подпись А. В. Васильева заверяю:
Ученый секретарь
кандидат физико-математических наук __________ И. Е. Светов
14 сентября 2021 г.