ОТЗЫВ

официального оппонента о диссертационной работе
Красицкой Анастасии Игоревны

“Делимые полигоны с примитивно нормальными и стабильными теориями”,

представленной на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06

Теория моделей – раздел математики, лежащий на стыке алгебры и математической логики. Вопросы, затрагиваемые этой теорией, такие, как аксиоматизируемость, конечная аксиоматизируемость класса алгебраических систем, элементарные теории и элементарная эквивалентность алгебраических систем, выделение тех или иных подмножеств алгебраической системы логическими формулами, имеют общематематическое значение. Хорошо известно (в частности, из работ А.И. Мальцева), что методы математической логики могут быть источником структурных теорем в алгебре. Теория моделей полигонов над полугруппами уже сформировалась в виде самостоятельного направления и имеет глубокие результаты, изложенные в десятках статей, многие из которых принадлежат Дальневосточной математической школе, а именно, А.А. Степановой и её ученикам. Рассматриваемая диссертация относится к данному направлению, а её автор Красицкая А.И. принадлежит упомянутой математической школе. В диссертации развиваются логические аспекты теории полигонов, при этом большое внимание уделено делимым полигонам. Тема диссертации безусловно является актуальной.

В диссертации обобщаются результаты о примитивной нормальности, примитивной связности и стабильности теорий с класса всех полигонов над моноидом на класс делимых полигонов над ним. P-стабильность теорий рассматривается также для классов свободных, проективных, строго плоских и регулярных полигонов. Результаты диссертации имеют большое научное значение и вносят существенный вклад в теорию полигонов.

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и списка литературы. Во введении автор приводит основные определения, краткий обзор результатов предшествующих работ и краткое содержание диссертации.

В первой главе диссертации автор получает условия примитивной нормальности и примитивной связности класса S-Div всех делимых полигонов над моноидом S. В теореме 1.10 доказано, что моноид S является S-Div-примитивно нормальным в том и только том случае, когда главные левые идеалы моноида S линейно упорядочены по включению (такие моноиды называются в этой теории линейно упорядоченными). Теорема 1.14 утверждает, что моноид S примитивно связен относительно класса S-Div в том и только том случае, если S – группа. Аналогичные утверждения для класса S-Act всех S-полигонов были доказаны в работе А.А. Степановой 2017 г.

Во второй главе диссертации автор исследует условия, при которых моноид S будет являться стабильным, или суперстабильным, или ω-стабильным. В теореме 2.6 автором доказано, что стабильность моноида S относительно класса S-Div равносильна его линейной упорядоченности, а в теореме 2.7 доказано, что суперстабильность моноида S относительно класса S-Div равносильно тому, что множество главных левых идеалов линейно упорядочено по включению и удовлетворяет условию обрыва возрастающих цепей (такие моноиды названы вполне упорядоченными). Для класса S-Act аналогичные утверждения были доказаны в работе Т.Г. Мустафина 1988 г. Для счётного коммутативного моноида S автором в теореме 2.8 доказано, что ω-стабильность моноида S относительно класса S-Div равносильна тому, что либо S – абелева группа с не более, чем счётным числом подгрупп, либо S – конечный моноид с единственным собственным идеалом. Для класса S-Act аналогичные утверждения были доказаны в работе В.С. Богомолова и Т.Г. Мустафина 1989 г.

В заключительной третьей главе автор исследует $(P,1)$-, (P,s)-, (P,a)- и (P,e)-стабильность некоторых классов полигонов. Доказана теорема 3.13 общего характера, из которой выводится, что $(P,1)$-стабильность моноида S относительно классов S-Act, S-Div, $\mathcal{F}$ – свободных полигонов, $\mathcal{SF}$ – строго плоских, $\mathcal{P}$ – проективных равносильна тривиальности моноида: $|S|=1$ (следствие 3.15), а $(P,1)$-стабильность моноида S относительно класса $\mathcal{R}$ регулярных полигонов равносильна тому, что любой идемпотент регулярного центра является правым нулём (следствие 3.16). Для (P,s)-, (P,a)- и (P,e)-стабильности также доказана теорема 3.17 общего характера, из которой выведено, что для классов S-Act и S-Div эти тои условия P-стабильности равносильны друг другу и равносильны тому, что S – группа (следствие 3.19) . Получены также необходимые и достаточные условия (P,s)-, (P,a)- и (P,e)-стабильности класса $\mathcal{R}$ регулярных S-полигонов при некоторых условиях на этот класс (теорема 3.21), а также в случае коммутативности моноида (следствие 3.22).

Все утверждения работы снабжены убедительными доказательствами или ссылками на работы других авторов. При доказательстве автором использовались методы теории моделей и алгебраической теории полугрупп и полигонов над ними.

Автореферат диссертации правильно и полно отражает её содержание.

Отметим некоторые недостатки работы. В ряде случаев не совсем удачно выбраны обозначения. Например, на с. 21 через S обозначено некоторое семейство примитивных множеств, тогда как на протяжении всей диссертации S обозначает моноид, полигоны над которым мы изучаем логическими средствами. Также буквой T обозначена теория и в то же время множество сократимых справа необратимых справа элементов моноида. Элемент, присоединяемый к полигону при построении делимого расширения, вначале пишется в виде (t,a) (с. 19), а затем без предупреждения читателя вместо (t,c) автор пишет $u(t,c)$ (с. 23). Ссылки на монографии в диссертации слишком лаконичны, они должны быть более точными и содержать номер главы, раздела, утверждения. Имеются опечатки в тексте (с. 36, 10-я строка сверху) и в формулах ((с. 20, 11-я строка снизу, с. 45, 9-я снизу).

Указанные недостатки не изменяют общего положительного впечатления о работе.. Она является цельным законченным научным трудом, в котором решены трудные и важные вопросы теории полигонов над полугруппами.

Результаты диссертации являются новыми, получены автором самостоятельно и, как уже говорилось, имеют несомненный научный интерес. Красицкая А.И. хорошо владеет алгебраической техникой теории полигонов над полугруппами, а также техникой теории моделей, а написанная ею диссертация показывает её высокую квалификацию как специалиста. Результаты диссертации могут быть использованы в спецкурсах по алгебре и логике, читаемых в МГУ, НГУ, Дальневосточном, Казанском и Уральском федеральных университетах, Саратовском и других университетах. Они могут быть полезны специалистам научно-исследовательских математических институтов и несомненно будут являться основой для дальнейших исследований в теории полигонов.

Считаю, что диссертационная работа “Делимые полигоны с примитивно нормальными и стабильными теориями” удовлетворяет всем требованиям “Положения о порядке присуждения учёных степеней” ВАК, а её автор Красицкая А.И. заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Автор отзыва Кожухов Игорь Борисович, доктор физико-математических наук, профессор кафедры ВМ-1 Национального исследовательского университета “МИЭТ”.
Домашний адрес и телефон: 124460, Москва, корп. 1209, кв. 51, +7 (916)-715-55-02. Электронная почта: kozhuhov_i_b@mail.ru

6 ноября 2021 года

Доктор физико-математических наук,
профессор кафедры ВМ-1 НИУ МИЭТ И.Б.Кожухов

Подпись Кожухова И.Б. удостоверяю

Секретарь Учёного совета МИЭТ,
к.т.н. , доцент А.В.Козлов