

О Т З Ы В

официального оппонента Пинуса А.Г.

на диссертацию Сергея Валентиновича Гусева

«Решетки многообразий моноидов»,

представленную на соискание ученой степени кандидата

физико-математических наук по специальности 01.01.06

Диссертация С.В.Гусева посвящена исследованию решетки многообразий моноидов (полугрупп с единицей в сигнатуре). Исследование решеток многообразий – классическая тематика исследований как в универсальной алгебре, так и в теориях конкретных классических алгебр: групп, колец, полугрупп, решеток и т.д. В частности, наиболее существенные достижения в систематическом исследовании решеток многообразий полугрупп принадлежат основанной Л.Н.Шевриным Свердловско-Екатеринбургской полугрупповой школе. Глубокие результаты связанные с этой решеткой получены М.В.Волковым, Б.М.Верниковым и большой группой их учеников.

Казалось бы, что полугруппы и моноиды достаточно близкие друг другу алгебраические системы: из любой полугруппы может быть получен моноид добавлением внешней единицы. Однако, наличие единицы вносит существенные коррективы в конструкции подалгебр, гомоморфизмов, декартова произведения – той триады которая лежит в основе понятия многообразия алгебр. И эти нюансы существенно влияют на строение решетки многообразий моноидов по сравнению со строением решетки многообразий произвольных полугрупп. К настоящему времени существовало не так много работ и результатов специально посвященных строению решеток многообразий моноидов и тема поднятая в диссертации С.В.Гусева достаточно актуальна и благодарна в этом плане.

В частности, до результатов диссертанта не был известен даже ответ на вопрос о выполнимости на решетке MON всех многообразий моноидов какого-либо нетривиального тождества. Был известен лишь результат Э.Ли о немодулярности этой решетки. Диссертантом доказана (теорема 2.1 и следствие 2.2) невыполнимость никакого нетривиального тождества на решетке ОС всех надкоммутативных, а, значит, и на решетке MON всех многообразий моноидов. Этот результат является одним из основных результатов диссертации и является основным результатом ее второго параграфа.

Этот результат демонстрирующий сложность строения решетки MON, ставит естественные вопросы об описании ее фрагментов с наиболее простым строением – в частности описание так называемых цепных многообразий моноидов – многообразий с линейно упорядоченными решетками подмногообразий. Детальному описанию негрупповых цепных многообразий моноидов (доказательству теоремы 3.1 и следствия 3.34) посвящена основная часть текста диссертации – параграф 3.

В заключительном параграфе 4 описаны (теоремы 4.1 и 4.2) нейтральные и кодистрибутивные элементы решетки MON оказавшиеся (в отличие от решетки SEM всех многообразий полугрупп) в этом случае отличными друг от друга совокупностями многообразий, а также описан ряд свойств иных специальных элементов решетки MON.

Диссертация С.В.Гусева состоит из введения, четырех параграфов основного текста и заключения. Первый параграф посвящен изложению ряда как известных, так и оригинальных, принадлежащих диссертанту, результатов связанных с многообразиями моноидов с малыми решетками подмногообразий и выполнимыми на этих многообразиях тождествами. Здесь же, в разделе 1.2, изложены ряд оригинальных определений и конструкций связанных с комбинаторикой слов и позволяющих диссертанту тщательно, детально анализировать строение полугрупповых слов и являющихся, в дальнейшем, технической основой доказываемых в третьем параграфе результатов.

Содержание параграфа 2 сводится к доказательству теоремы 2.1 о невыполнимости на решетке ОС никаких нетривиальных решеточных тождеств (путем указания подрешеток решетки ОС гомоморфные образы которых суть все решетки двойственные решеткам разбиений конечных множеств).

Основной массив текста диссертации – кропотливое, скрупулезное, основанное на комбинаторике слов с использованием введенных диссертантом в разделе 1.2 понятий k -разделителей, k -блоков, k -разложений слов описание негрупповых цепных многообразий моноидов и решеток их подмногообразий, что составляет содержание очень трудоемкого параграфа 3. В разделе 3.1 сформулирована теорема 3.1 описывающая все максимальные негрупповые цепные многообразия моноидов и омега-цепочку из остальных негрупповых цепных многообразий. Детальное перечисление всех негрупповых цепных многообразий моноидов дано в следствии 3.34 из теоремы 3.1 в разделе 3.5. Разделы 3.2 – 3.4, охватывающие 60 страниц текста диссертации, посвящены доказательству теоремы 3.1.

Наконец, в параграфе 4 описаны нейтральные и модулярные элементы решетки MON , а также некоторые свойства верхнемодулярных и ряда иных специальных элементов этой решетки.

Изложение материала в диссертации С.В.Гусева, как и в большинстве работ Свердловско-Екатеринбургской полугрупповой школы, тщательно продумано и отредактировано. У оппонента практически нет замечаний ни по содержанию, ни по форме диссертации. В качестве придинок приведу лишь несколько замечаний никак не опровергающих сказанное выше.

На стр.12 без предшествующего определения появляются (в формулировке леммы 1.4) обозначения многообразий T и Sm формальное определение которых дано лишь на стр. 13 и 14 соответственно.

В строчках 11-12 на стр.14 слова «не первые» и «не последние» требуется заменить на «первые» и «последние» соответственно.

Наконец несколько коробит слишком вольный оборот «отсутствует нетривиальное тождество в решетке» (см., к примеру, стр. 101).

Как уже отмечалось выше, диссертантом проделана большая трудоемкая работа, проявлена большая изощренность в получении результатов, продемонстрировано глубокое владение полугрупповой тематикой, полученные им результаты отвечают на целый ряд естественных вопросов о решетках многообразий моноидов и, наряду с используемой им техникой, представляют интерес как для специалистов в теории полугрупп, универсальной алгебры, так и для специалистов в комбинаторике слов. Результаты полученные в диссертации могут найти применение в чтении спецкурсов и алгебраических исследованиях в ИМ СО РАН, ИММ УрО РАН, МГУ, НГУ, УрФУ и др.

Диссертация С.В.Гусева представляет собой законченную работу, результаты полученные им новы, снабжены исчерпывающими доказательствами и представляют собой существенный вклад в теорию полугрупп, а развитая им для их получения техника несомненно найдет дальнейшие приложения.

Результаты полученные диссертантом опубликованы в журналах входящих в списки ВАК и апробированы в виде докладов на целом ряде международных конференций. Участие соавтора в совместной публикации указано должным образом. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации.

Стоит заметить, что диссертант активно продолжает успешное, на основе разработанной им техники работы с полугрупповыми словами, исследование решетки многообразий моноидов. О чем свидетельствуют

упомянутые им результаты находящиеся еще в стадии опубликования и не включенные в данную диссертацию.

Резюмируя все вышесказанное следует признать, что диссертация Сергея Валентиновича Гусева «Решетки многообразий моноидов» безусловно удовлетворяет всем требованиям предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор С.В.Гусев заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06.

Официальный оппонент, доктор
физико-математических наук по специальности
01.01.06,
профессор, профессор кафедры
алгебры и математической логики
Новосибирского государственного
технического университета

Пинус А.Г.

Контактные данные:

адрес электронной почты ag.pinus@gmail.com

телефон +7 (383) 346-11-66

630073, Новосибирск, пр. К.Маркса 20, НГТУ