

## ОТЗЫВ

научного консультанта о диссертации Н. В. МАСЛОВОЙ  
”Арифметические свойства и нормальное строение конечных  
групп”, представленной на соискание ученой  
степени доктора физико-математических наук по специальности  
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Теория конечных групп с момента своего возникновения была тесно связана с теорией чисел. А именно, подгрупповое строение конечной группы изучалось во взаимосвязи с арифметическими параметрами группы, прежде всего с порядками и индексами подгрупп. В качестве первого примера достаточно вспомнить знаменитую теорему Лагранжа. Это направление теории конечных групп имеет богатую историю.

Классификация конечных простых групп, во многом сводящая изучение конечных групп к случаю почти простых групп, привела к появлению в этом направлении новых аспектов. Конечные группы стали изучать в терминах их глобальных арифметических инвариантов таких, как спектр (множество порядков элементов), граф Грюнберга–Кегеля (граф простых чисел), множество степеней неприводимых характеров и т. д.

Диссертация Н. В. Масловой находится в русле упомянутого классического направления теории конечных групп в его новых аспектах.

В диссертации получен ряд ярких результатов, в частности, решается несколько интересных проблем, естественно возникших в ходе исследований арифметических свойств и нормального строения (композиционных и главных факторов) конечных групп.

Отметим основные результаты диссертации:

- получено полное описание нормального строения конечных групп, в которых максимальные подгруппы холловы, тем самым решена проблема 17.92 из ”Коуровской тетради” и широко обобщены соответствующие результаты В.С. Монахова для  $\pi$ -разрешимых групп;

- доказаны дополняемость максимальных подгрупп в группах, в которых максимальные подгруппы холловы, тем самым получено подтверждение гипотезы, выдвинутой в 2008 г. Т.В. Тихоненко и В.Н. Тютяновым;

- доказана порождаемость групп, в которых максимальные подгруппы холловы, парой сопряженных элементов, тем самым получено частичное подтверждение гипотезы П. Шумяцкого (проблема 17.125 из ”Коуровской тетради”);

- исследованы неабелевы композиционные факторы и свойства нормальных рядов конечных групп, минимальных относительно простого спектра;
- построен пример конечной неабелевой простой группы, содержащей непро-нормальную подгруппу нечетного индекса, тем самым опровергнута гипотеза, выдвинутая в 2012 г. Е.П. Вдовиным и Д.О. Ревиным;
- получен критерий пронормальности добавлений к абелевой подгруппе в конечной группе;
- получена классификация конечных неабелевых простых групп, в которых силовская 2-подгруппа содержит свой централизатор и все подгруппы нечетных индексов пронормальны, тем самым сделано существенное продвижение на пути получения классификации неабелевых простых групп, в которых все подгруппы нечетных индексов пронормальны;
- получены критерии пронормальности подгрупп нечетных индексов в некоторых расширениях конечных групп;
- получено описание всех случаев совпадения графов Грюнберга–Кегеля и всех случаев совпадения спектров конечной неабелевой простой группы и ее собственной подгруппы, тем самым дан исчерпывающий ответ на вопрос К. Паркера; аналогичный результат был получен Т. Бернессом и Э. Ковато из Великобритании на несколько месяцев позднее;
- получено описание всех конечных неабелевых простых групп, которые не являются критическими по спектру, тем самым дан исчерпывающий ответ на вопрос В.Д. Мазурова и В. Ши, поставленный в 2012 г.;
- построен новый пример конечной группы, которая однозначно характеризуется изоморфным типом своего графа Грюнберга–Кегеля;
- получен критерий изоморфизма графа Грюнберга–Кегеля конечной почти простой группы графу Грюнберга–Кегеля некоторой разрешимой группы, тем самым получено решение проблемы, записанной автором диссертации под номером 19.52 в "Коуровскую тетрадь", в классе почти простых групп;
- описаны конечные почти простые группы, графы Грюнберга–Кегеля которых не содержат 3-клик.

Результаты диссертации опубликованы в 19 статьях.

Н. В. Маслова выступила с докладами о полученных ею результатах на более чем 50 международных алгебраических конференциях и семинарах, в частности, на двух международных конференциях "Группы Сент–Эндрюс" (Великобритания, Сэнт–Эндрюс, 2013 г.; Бирмингем, 2017 г.). На этих конференциях Н. В. Маслова общалась со многими ведущими мировыми специалистами по теории конечных групп, которые высоко оценили ее результаты.

Диссертантка Н.В. Маслова проявила высокую активность, мобильность,

самостоятельность и настойчивость в достижении основных целей диссертации, освоила и применила современные методы теории конечных групп для исследования важных вопросов этой теории. Она обладает достаточно высокой математической культурой, работоспособностью и увлеченностью наукой.

Настоящая диссертация представляет собой законченное научное исследование. Тема работы актуальна, а полученные в ней результаты несомненно новы и интересны, уже используются и будут использоваться в дальнейших исследованиях по теории конечных групп. Все доказательства изложены достаточно подробно и ясно, результаты своевременно опубликованы. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация "Арифметические свойства и нормальное строение конечных групп" удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к докторским диссертациям, а ее автор — Н. В. МАСЛОВА — заслуживает присуждения ей ученой степени доктора физико-математических наук.

Научный консультант  
зав. сектором теории групп  
ИММ УрО РАН  
доктор физ.-мат.наук

А.С. КОНДРАТЬЕВ

20 августа 2018 г.

Подпись А.С. Кондратьева заверяю:  
Ученый секретарь ИММ УрО РАН  
кандидат физ.-мат. наук

О.Н. УЛЬЯНОВ