

## ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Ю. В. ЛЫТКИНА  
«Группы, критические относительно спектров конечных групп»,  
представленной на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук по специальности 01.01.06 –  
математическая логика, алгебра и теория чисел

Диссертация посвящена классической для алгебры теме — выявлению объектов, наименьших относительно некоторых существенных алгебраических свойств. Напомним, что спектром  $\omega(G)$  конечной группы  $G$  называется множество порядков ее элементов. Группы, имеющие одинаковые спектры, называются изоспектральными. Конечная группа  $G$  называется критической относительно своего спектра, если все ее собственные секции не изоспектральны группе  $G$ . Последнее определение появилось в 2012 году в работе В. Д. Мазурова и В. Ши, в которой, в частности, было показано, что для фиксированного подмножества  $\omega$  множества натуральных чисел найдется лишь конечное число групп, критических относительно  $\omega$ . В связи с этим результатом В. Д. Мазуров высказал следующую гипотезу: для произвольного натурального числа  $n$  найдется такое подмножество  $\omega$  множества натуральных чисел, что имеется не менее  $n$  конечных групп, критических относительно  $\omega$ . Первый существенный результат диссертации состоит в доказательстве справедливости гипотезы Мазурова. Таким образом, хотя для каждого фиксированного  $\omega$  число групп, критических относительно  $\omega$ , ограничено, не существует константы, которая ограничивала бы возможное число групп, критических относительно произвольного подмножества множества натуральных чисел.

Наиболее важным классом групп, для которых спектр группы несет богатую информацию о ее строении, является класс неабелевых простых групп. Например, каждая такая группа однозначно характеризуется своим спектром и порядком в классе всех конечных групп. Более того, для большинства неабелевых простых групп  $G$  верно следующее утверждение: группы, изоспектральные  $G$ , имеют цоколь, изоморфный  $G$ , а значит, их число (с точностью до изоморфизма) конечно. Такие группы называют почти распознаваемыми по спектру. Свойством почти распознаваемости обладают все спорадические простые группы, кроме группы  $J_2$ , все неабелевы простые знакопеременные группы, кроме групп  $A_6$  и  $A_{10}$ , все простые исключительные группы лиева типа, кроме группы  ${}^3D_4(2)$ , а также все простые классические группы достаточно большой размерности. Более того, имеется явное описание групп, изоспектральных почти распознаваемым группам. Гораздо менее изученной является проблема описания групп, изоспектральных нерасознаваемым простым группам, т.е. группам, у которых множество изоспектральных им групп бесконечно. Эта проблема и является центральной для данной диссертации. Здесь, поскольку общее число групп с тем же спектром не ограничено, очень ценным снова оказывается понятие критической (относительно спектра) группы. В частности, имеется гипотеза, что число групп, критических относительно спектра конечной простой группы, ограничено некоторой универсальной константой  $k$ , не зависящей от выбора простой группы.

К нерасознаваемым конечным (неабелевым) простым группам относятся, в частности, уже упоминавшиеся группы  $J_2$ ,  $A_6$ ,  $A_{10}$  и  ${}^3D_4(2)$ . Хотя их нерасознаваемость была доказана ранее, именно Ю. В. Лыткину в его диссертации удалось дать явное описание групп, им изоспектральных, и, в частности, найти все критические группы со

спектрами, как у данных групп. Из этих результатов вкупе с рядом предшествующих результатов о распознаваемости конечных простых групп вытекает следующее утверждение (теорема 5 диссертации), которое является одним из наиболее значительных в работе.

**Теорема.** *Для каждой конечной неабелевой простой спорадической группы, знакопеременной группы и исключительной группы лиева типа все критические группы с тем же спектром известны. В частности, количество попарно неизоморфных групп, критических относительно спектра одной из таких групп, не превосходит трех.*

Таким образом, гипотеза о количестве критических групп доказана для всех неабелевых простых групп кроме классических матричных групп. В последнем классе групп диссертантом получены следующие результаты. Описаны группы, критические относительно спектров групп  $PSL_3(3)$  и  $PSU_3(3)$ , в частности, показано, что константа  $k$  из той же гипотезы не меньше, чем 7. Наиболее существенным результатом Ю. В. Лыткина для классических групп является описание конечных групп, изоспектральных конечным простым симплектическим группам  $S_4(q)$ , которые (при  $q$  не являющимся нечетной степенью числа 3) образуют одну из немногих известных бесконечных серий нераспознаваемых простых групп.

Все результаты работы опубликованы в четырех личных статьях автора в журналах из списка ВАК. Они докладывались на множестве российских и международных конференций (18 ссылок на тезисы этих конференций в списке литературы).

Считаю, что диссертация Ю. В. Лыткина соответствует всем критериям, установленным в положении о присуждении научных степеней: работа посвящена актуальной теме, полученные в ней результаты составляют цельное научное исследование, являются новыми, полностью и правильно обоснованы, своевременно и в полном объеме опубликованы в научных изданиях. Результаты и методы, предложенные автором, будут использованы в дальнейших исследованиях в теории конечных групп и их представлений. Вышеизложенное позволяет утверждать, что Юрий Всеволодович Лыткин заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель

доктор физико-математических наук

профессор Андрей Викторович Васильев

660090, г. Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4

телефон: +7 (383) 3634592

e-mail: vasand@math.nsc.ru

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт математики им. С. Л. Соболева

Сибирского отделения Российской академии наук

главный научный сотрудник лаборатории теории групп

\_\_\_\_\_ А.В. Васильев

07 августа 2018 г.

Подпись А.В. Васильева заверяю:

Зам. директора института

доктор физико-математических наук

\_\_\_\_\_ Е.П. Вдовин

07 августа 2018 г.