

Отзыв научного руководителя
на диссертацию Антона Владимировича Жукова
«О СВОДИМОСТЯХ РАЗМЕЧЕННЫХ
ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫХ МНОЖЕСТВ И ЛЕСОВ»,
представленной на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.06
«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

В диссертации изучаются три сводимости (предпорядка) – 0-, 1- и 2-сводимость – на размеченных (k метками) частично упорядоченных множествах и лесах (k -чумах и k -лесах), а также на размеченных решетках, деревьях и цепях. Первоначальная мотивация для исследований по теме диссертации происходит из вычислимого анализа и топологии. Изучаемые в диссертации предпорядки названы сводимостями, чтобы подчеркнуть их происхождение из устоявшейся терминологии сводимостей Вэджа и Вайрауха. Эти три сводимости на размеченных деревьях и лесах были введены П. Гертлингом, среди них наиболее известна 0-сводимость (в литературе называемая также гомоморфным или h -предпорядком). В различных контекстах она изучалась рядом специалистов в России и зарубежом: П. Гертлингом, К. Вагнером, С. Косубом, В.Л. Селивановым, О.В. Кудиновым, Э. Летоненом и Л. Квуйдой.

Тематика диссертации тесно связана с несколькими актуальными направлениями исследований в математической логике, алгебре и теоретической информатике. Вычислимые варианты сводимостей играют заметную роль в вычислимом анализе, где используются для классификации алгоритмических задач по степеням невычислимости (аналогично классической теории степеней неразрешимости). Другая область применения 0-сводимости размеченных чумов и лесов (а также других подклассов чумов) относится к булевой иерархии разбиений. Результаты Э. Летонена показывают связь тематики диссертации с теорией графов и алгеброй клонов.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, приложения, списка литературы, списка обозначений, предметного указателя и списка иллюстраций.

В соответствии с требованиями к структуре и содержанию диссертации, **введение** включает в себя актуальность темы, степень ее разработанности, цели и задачи, научную новизну, теоретическую и практическую значимость работы, методологию и методы диссертационного исследования, положения, выносимые на защиту, степень достоверности и апробацию результатов. Введение также включает историю тематики диссертации и описание ее приложений в смежных областях.

Первая глава диссертации содержит все необходимые определения и предварительные сведения, их изложение замкнутое (обращение к внешним источникам не требуется). Основные определяемые понятия рассмотрены в широком контексте теории графов, теории категорий и универсальной алгебры.

Во **второй главе** изучаются алгебраические свойства конечных k -чумов и k -решеток. А именно, доказана универсальность k -чумов и k -решеток относительно 1- и 2-сводимости (т.е. возможность вложения любого счетного частично упорядоченного множества), приведены контрпримеры для свойства «wqo», построено вложение структур 2-сводимости на k -чумах и k -лесах в структуры 0- и 1-сводимости, рассмотрены верхняя и нижняя граница 1-сводимости.

Третья глава посвящена трем сводимостям на k -лесах и на их частных случаях – k -деревьях. При изучении структур 0-сводимости k -лесов и k -деревьев как самостоятельный,

так и прикладной интерес (например, для доказательства определимости и вычисления спектра) представляет штрих-функция (значением которой для данного k -дерева является 0-наибольший k -лес, 0-меньший этого дерева), эта функция описана на счетных k -деревьях. Доказана определимость элементов (счетных k -лесов) для 0-сводимости в соответствующем языке и неразрешимость структур 1- и 2-сводимости на счетных k -лесах и k -деревьях.

В **четвертой главе** обсуждаются некоторые дополнительные и вспомогательные вопросы: топологическая интерпретация сводимостей на чумах, ретракты и минимальные размеченные чумы, спектр k -цепей.

В **приложении** приводится программный код с некоторыми пояснениями для различных расчетов по теме диссертации (в том числе, для расчета уровней и спектра 0-сводимости на k -лесах).

Диссертация содержит много иллюстративного материала – 19 рисунков, некоторые из которых получены автоматически с использованием программного кода из приложения.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Некоторые результаты получены в неразделимом соавторстве с научным руководителем и О.В. Кудиновым, остальные результаты получены автором самостоятельно. Изложение материала диссертации объемное, подробное и обстоятельное. Некоторые фрагменты доказательств представлены детальнее, чем в соответствующих публикациях. Автореферат точно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация полностью отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям: тема диссертации актуальна, представленные в ней результаты являются новыми, опубликованы в научных изданиях, снабжены корректными доказательствами, составляют цельное и значительное научное исследование. Результаты и методы, предложенные автором, могут использоваться в дальнейших исследованиях по алгебре и математической логике. Автор диссертации Антон Владимирович Жуков заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел. Работа выполнена полностью самостоятельно, ее автор является высококвалифицированным математиком и преподавателем.

Научный руководитель:

Селиванов Виктор Львович,

доктор физико-математических наук, профессор,

главный научный сотрудник

лаборатории теоретического программирования,

ФГБУН «Институт систем информатики им. А.П. Ершова СО РАН»

Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 6, тел. (383) 3308652

16 августа 2018 г.

В. Л. Селиванов