



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

**федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный педагогический университет»
(ФГБОУ ВО «НГПУ»)**

№ _____

г. Новосибирск

УТВЕРЖДАЮ

И.о. ректора ФГБОУ ВО «НГПУ»
доктор биологических наук, профессор
_____ А.Д. Герасёв
« ___ » _____ 2018 г.

Отзыв

**ведущей организации - ФГБОУ ВО «НГПУ» на диссертационную работу
Михальчишиной Юлии Андреевны
«Представления групп кос и группы узлов»,
представленную на соискание ученой степени кандидата физико-
математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика,
алгебра и теория чисел.**

Представления играют важную роль в теории групп. Они позволяют исследовать строение одних групп при помощи других, строение которых хорошо известно. Стало уже классикой использование конечных представлений, линейных преставлений, представлений автоморфизмами свободных групп. Наглядным примером полезности использования трех этих представлений служит история изучения строения группы кос B_n на n нитях. В первой четверти XX века Артин ввел косы как наглядные топологические объекты, нашел генетический код группы кос. Используя этот код, были построены точное представления группы кос автоморфизмами свободной группы, линейное представление, оказавшееся неточным при $n \geq 4$, представление подстановками, очевидно неточное при $n \geq 2$. Согласно теоремам Александера и Маркова существует тесная связь между алгебраическими вопросами в группах кос и топологическими проблемами

классификации зацеплений. Эта связь стимулировала возникновение множества интересных проблем на стыке топологии и теории групп.

Как обобщение понятия группы кос, в конце XX века появилось понятие группы виртуальных кос VB_n . Пожалуй, наиболее удобно задать группу виртуальных кос порождающими $\sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}, \rho_1, \dots, \rho_{n-1}$ и определяющими соотношениями

$$\sigma_i \sigma_j = \sigma_j \sigma_i \text{ при } |i - j| \geq 2, \quad (1)$$

$$\sigma_i \sigma_{i+1} \sigma_i = \sigma_{i+1} \sigma_i \sigma_{i+1} \text{ при } i = 1, 2, \dots, n - 2, \quad (2)$$

$$\rho_i^2 = 1 \text{ при } i = 1, 2, \dots, n - 1, \quad (3)$$

$$\rho_i \rho_j = \rho_j \rho_i \text{ при } |i - j| \geq 2, \quad (4)$$

$$\rho_i \rho_{i+1} \rho_i = \rho_{i+1} \rho_i \rho_{i+1} \text{ при } i = 1, 2, \dots, n - 2, \quad (5)$$

$$\sigma_i \rho_j = \rho_j \sigma_i \text{ при } |i - j| \geq 2, \quad (6)$$

$$\rho_i \rho_{i+1} \sigma_i = \sigma_{i+1} \rho_i \rho_{i+1} \text{ при } i = 1, 2, \dots, n - 2. \quad (7)$$

Отметим, что порождающие $\sigma_1, \dots, \sigma_{n-1}$ и соотношения (1), (2) образуют генетический код группы кос B_n , который нашел и использовал Артин, а порождающие $\rho_1, \dots, \rho_{n-1}$ и соотношения (3)-(5) образуют генетический код группы подстановок S_n . В начале XXI были доказаны аналоги теорем Александера и Маркова о связи групп виртуальных кос с проблемой классификации виртуальных зацеплений. Это обстоятельство сильно актуализировало проблему поиска представлений групп виртуальных кос.

После обсуждения актуальности темы исследования перейдем к обсуждению основных результатов. В первой главе диссертации излагаются предварительные сведения. Одним из основных результатов второй главы является нахождение нового представления группы виртуальных кос VB_n автоморфизмами группы $F_n * \mathbb{Z}^{2n+1}$ –свободного произведения свободной группы ранга n и свободной абелевой группы ранга $2n + 1$. Это представление группы VB_n обобщает представления этой группы, найденные ранее Бардаковым и Сильвер-Вильямсом.

Представление Михальчишиной не является продолжением представления Артина группы кос B_n . Поэтому автор диссертации строит еще и такие представления группы VB_n в группу автоморфизмов группы $F_n * \mathbb{Z}^n$, которые продолжают представления Артина, представления Вады.

На наш взгляд интересны описания линейных локальных представлений группы B_3 , линейных однородных локальных представлений группы B_n и линейных представлений группы B_n , полученных методом Магнуса по представлениям Вады.

В третьей главе диссертации рассматриваются два способа построения группы виртуального зацепления:

- 1) по представлению группы виртуальных кос автоморфизмами некоторой группы;
- 2) по диаграмме виртуального зацепления

и доказывается, что для любого виртуального зацепления полученные этими двумя способами группы оказываются изоморфными (предложение 9). После чего для представлений, построенных в главе 2, определяются группы виртуальных зацеплений и доказывается, что для каждой виртуальной косы группа ее виртуального зацепления является инвариантом этого зацепления (теоремы 6,7,8).

Все изложенные в диссертации результаты являются новыми, математически строго обоснованными, имеющими завершенный характер и высокую теоретическую ценность. Они прошли апробацию на научных семинарах и научных конференциях, они опубликованы в российских и зарубежных изданиях с достаточной полнотой. Эти результаты представляют интерес для научно-исследовательских и учебных заведений, таких как МИАН, ИМ СО РАН, МГУ, НГУ, СФУ, ОмГУ. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Диссертация хорошо структурирована, написана ясно и лаконично, встречающиеся неточности носят характер опечаток и их не так уж много.

Считаем, что диссертация Михальчишиной Юлии Андреевны «Представления групп кос и группы узлов» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук Положением о присуждении ученых степеней, а ее автор- Михальчишина Юлия Андреевна заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06- математическая логика, алгебра и теория чисел.

Отзыв подготовлен кандидатом физико-математических наук (01.01.06- математическая логика, алгебра и теория чисел), доцентом кафедры алгебры и математического анализа ФГБОУ ВО «НГПУ» Сосновским Юрием Васильевичем. Отзыв обсужден и одобрен на заседании кафедры алгебры и

математического анализа ФГБОУ ВО «НГПУ» от 11 апреля 2018 года,
протокол №6.

Составитель отзыва:

кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры алгебры
и математического анализа ФГБОУ ВО «НГПУ»

Ю.В. Сосновский

Заведующий кафедрой алгебры
и математического анализа ФГБОУ ВО «НГПУ»
кандидат физико-математических наук, доцент

М.П. Тропин