

ОТЗЫВ

официального оппонента
на диссертацию Когабаева Нурлана Талгатовича
по теме «Вычислимые представления проективных плоскостей»,
представленную на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук по специальности
01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел

Тематика работы относится к обширному направлению в математической логике – теории вычислимости, в частности - теории вычислимых моделей в классе проективных плоскостей.

1. Соответствие диссертации специальности, по которой дано право диссертационному совету проводить защиту.

Тема диссертации соответствует паспорту специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел. Работа посвящена развитию теории вычислимых проективных плоскостей, в частности рассматриваются проблем существования вычислимых представлений проективных плоскостей, существования вычислимой нумерации таких плоскостей с точностью до вычислимого изоморфизма, описанию спектра возможных вычислимых размерностей проективных плоскостей, нахождению точных оценок сложности следующих алгоритмических проблем: проблеме изоморфизма, проблеме вложимости, проблеме вычислимой категоричности, а также вопросу разрешимости теории класса свободно порождённых проективных плоскостей.

Работа подлежит аттестации по физико-математическим наукам.

2. Актуальность темы исследования и её связь с общенаучными и общегосударственными программами (запросами практики и развития науки и техники)

Теория вычислимости моделей является разделом математической логики, изучающим теоретико-модельные свойства с точки зрения вычислимости. В частности важным в этом направлении является вопрос об алгоритмической сложности классов моделей с заданными свойствами. Рассмотрение классических проблем теории вычислимых моделей для классов проективных плоскостей, чему и посвящено диссертационное исследование Когабаева Н.Т., является без сомнения весьма актуальным.

Целью рассматриваемой работы является развитие теории вычислимых проективных плоскостей и решение классических проблем теории вычислимых моделей в следующих основных классах проективных плоскостей: свободных проективных плоскостей, свободно порожденных проективных плоскостей, папповых проективных плоскостей, дезарговых

проективных плоскостей, а так же доказательство неразрешимости теории классов свободно порожденных проективных плоскостей.

3. Научные результаты в рамках требований к диссертациям (п.п. 9-14 «Положения о присуждении ученых степеней»)

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы.

Во *введении* обосновывается актуальность темы исследования, формулируются цели и задачи научных изысканий, отмечаются результаты, выносимые на защиту.

В *первой главе* - «Предварительные сведения» излагаются необходимые предварительные сведения из теории вычислимых моделей, теории проективных плоскостей и теории автоматных моделей.

Вторая глава - «Существование вычислимых представлений» посвящена проблеме существования вычислимых представлений моделей из различных классов проективных плоскостей. Описывается конструкция построения вычислимого представления проективной плоскости, свободно порожденной конфигурацией, которая позволяет установить существование вычислимого представления для любой счетной проективной плоскости. Изложенный в параграфе 2 метод относительной элементарной определимости ассоциативных тел (полей) в классе дезарговых (папповых) проективных плоскостей позволяет установить, что дезаргова (паппова) проективная плоскость имеет \mathbf{d} - вычислимое представление тогда и только тогда, когда её координатное тело (поле) имеет \mathbf{d} - вычислимое представление.

Одним из основных результатов второй главы является доказательство отсутствия автоматного представления у произвольной свободно порожденной проективной плоскости.

Третья глава – «Равномерная вычислимость в классе проективных плоскостей» содержит решение проблемы существования вычислимых нумераций типов вычислимого изоморфизма для основных классов проективных плоскостей. Доказано, что классы свободных проективных плоскостей, свободно порожденных проективных плоскостей, дезарговых плоскостей, папповых плоскостей, произвольных проективных плоскостей не имеют вычислимых нумераций с точностью до вычислимого изоморфизма. Кроме того, дается полное описание вычислимых размерностей свободных проективных плоскостей: вычислимая размерность любой счетной свободной проективной плоскости равна 1, или ω . Причем, свободная проективная плоскость вычислимо категорична тогда и только тогда, когда её ранг конечен.

В *четвертой главе* – «Эффективная полнота классов проективных плоскостей» доказываем, что класс всех свободно порожденных проективных плоскостей и класс всех папповых проективных плоскостей являются эффективно полными относительно определённых видов спектров степеней и вычислимых размерностей. При этом используется оригинальная

эффективная интерпретация симметричных иррефлексивных графов в классе свободно порожденных проективных плоскостей бесконечного ранга. Кроме того, это дало возможность доказать наследственную неразрешимость теории класса всех свободно порожденных проективных плоскостей и установить для любого $n \geq 1$ существование вычислимой свободно порожденной проективной плоскости бесконечного ранга, вычислимая размерность которой равна n , что отличает их от свободных проективных плоскостей.

Аналогичный результат получен и для папповых проективных плоскостей.

Пятая глава - «Сложность алгоритмических проблем в классах проективных плоскостей» посвящена получению точных оценок сложности алгоритмических проблем изоморфизма $E(K)$, вложимости $Em(K)$ и вычислимой категоричности $I_{cc}(K)$ для классов папповых плоскостей, дезарговых плоскостей, свободных проективных плоскостей конечного ранга, произвольных проективных плоскостей.

Проблема изоморфизма $E(K)$ является m -полным Σ_1^1 -множеством для классов папповых проективных плоскостей, дезарговых проективных плоскостей, всех проективных плоскостей. Проблема изоморфизма в классе всех свободных проективных плоскостей конечного ранга является m -полным Δ_3^0 -множеством внутри класса.

Проблема вложимости $Em(K)$ является m -полным Σ_1^1 -множеством для классов папповых проективных плоскостей, дезарговых проективных плоскостей, произвольных проективных плоскостей. А вот для класса свободных проективных плоскостей конечного ранга проблема вложимости является вычислимой внутри класса.

Проблема вычислимой категоричности $I_{cc}(K)$ является m -полным Π_1^1 -множеством для классов папповых проективных плоскостей, дезарговых проективных плоскостей, всех проективных плоскостей.

4. Степень обоснованности и достоверности каждого результата (научного положения), выводов и заключения соискателя, сформулированные в диссертации

В работе корректно используются методы теории проективных плоскостей, теории вычислимости, теории вычислимых моделей, синтаксические характеристики теоретико-модельных свойств, интерпретаций моделей одной сигнатуры в моделях другой сигнатуры, что обеспечивает достоверность и обоснованность научных положений, выводов и заключения, сформулированных в диссертации.

Все приводимые результаты сопровождаются строгими доказательствами и необходимыми выкладками, апробированы на семинарах, в открытой печати и на математических форумах различного уровня.

5. Степень новизны каждого научного результата (положения), выводов и заключения соискателя, сформулированные в диссертации

Все приведенные в диссертации результаты являются новыми, получены автором самостоятельно и опубликованы в открытой печати.

6. Оценка внутреннего единства и направленности полученных результатов на решение соответствующей актуальной проблемы, теоретической или прикладной задачи

Полученные соискателем результаты характеризуются внутренним единством, т.к. направлены на развитие теории вычислимых проективных плоскостей и решения классических проблем теории вычислимых моделей для основных классов проективных плоскостей.

7. Подтверждение опубликования основных положений, результатов, выводов и заключения диссертации

По теме диссертации опубликовано 21 научная работа, из них 10 в рецензируемых изданиях из перечня ВАК, из которых 9 в переводных изданиях.

Основные положения, результаты и выводы диссертации в полной мере отражены в документально подтвержденных публикациях, входящих в перечень ВАК.

8. Подтверждение фактов недобросовестности соискателя в случае их наличия

Фактов недобросовестности соискателя не обнаружено. Соискатель дает все необходимые ссылки на используемые результаты.

9. Соответствие автореферата содержанию диссертации

Автореферат соответствует всем требованиям, предъявляемым ВАК, и в полной мере отражает содержание диссертации.

10. Недостатки и замечания

Диссертация оформлена грамотно, аккуратно, удовлетворяет требованиям к оформлению диссертаций. В качестве недочетов можно отметить следующее:

- 1) Во введении диссертации излишне подробно говорится о содержании самой диссертации. Практически введение диссертации полностью повторяет содержание автореферата. Думаю, что обзор результатов можно было бы при этом исключить.
- 2) Для классов вычислимых папповых и дезарговых плоскостей доказана их эффективная бесконечность, а в результатах формулируется только их не вычислимость.

3) При грамотном оформлении текста диссертации вызывают некоторое удивление выражения типа «мы наконец докажем» (стр. 56).

Указанные недочеты не снижают общей научной значимости полученных результатов и качества диссертационного исследования.

Диссертационная работа Когабаева Н.Т. является законченной научно-квалификационной работой, в которой изложены результаты представляющие собой существенное развитие теории вычислимых проективных плоскостей.

По содержанию и полученным научным результатам диссертационная работа соответствует требованиям п. 9 «Положения о присуждении ученых степеней» ВАК, а её автор - Когабаев Нурлан Талгатович, заслуживает присуждения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук,
профессор кафедры информационной
безопасности, ФГБОУ ВО Юго-Западный
государственный университет,
305040, г. Курск, ул 50-лет Октября, 94
т.с. (8-4712) -22-26-81
E-mail: dobritsa@mail.ru

В.П. Добрица