

ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертационную работу Н.Т. Когабаева
«Вычислимые представления проективных плоскостей»,
представленной на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук по специальности 01.01.06 -
математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация Н.Т.Когабаева посвящена исследованию актуального и интенсивно развивающегося направления математической логики - теории вычислимых моделей и проблемам разрешимости элементарных теорий для классов проективных плоскостей. Теория вычислимых моделей является одним из наиболее актуальных и активно развивающихся направлений математической логики. Ее основы были заложены в 50-х годах прошлого столетия в классических работах А.И.Мальцева, М.О.Рабина, А.Фрёлиха, Дж.Шефердсона, Р.Воота. Основанная А.И. Мальцевым новосибирская школа теории моделей, воспитанником которой является и диссертант, в настоящее время является одним из мировых центров исследований в этой области, определяющим многие направления исследований в теории вычислимых моделей.

Несмотря на большое многообразие достижений, в этой области появляются новые проблемы, привлекающие внимание ученых во всем мире. Одним из таких пионерских направлений исследований можно считать и предпринятую диссертантом разработку теории вычислимых проективных плоскостей, основанную, как пишет диссертант "на алгебраическом подходе А.И. Ширшова"(имеется ввиду предложенная А.И. Ширшовым в конце 70-х годов прошлого столетия концепция проективной плоскости как частичной алгебраической системы, что позволило Анатолию Илларионовичу и его последователям решить целый ряд алгебраических задач для классов проективных плоскостей). В диссертационной работе Н.Т. Когабаева проведена достаточно глубокая разработка теории вычислимых проективных плоскостей и решен ряд проблем теории вычислимых моделей в классах папповых, дезарговых, свободных и свободно порождённых проективных плоскостей.

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы. Вторая глава диссертации (первая глава носит вводный характер и новых результатов не содержит) посвящена проблеме существования вычислимых представлений моделей из различных классов проективных плоскостей. Здесь доказано, что дезаргова проективная плоскость имеет вычислимое представление тогда и только тогда, когда её координатное тело имеет вычислимое представление. В этой же главе автор изучает автоматные представления проективных плоскостей и дока-

зывает, что произвольная свободно порождённая проективная плоскость не имеет автоматного представления.

В третьей главе диссертации автор изучает проблему существования вычислимых нумераций типов вычислимого изоморфизма для основных классов проективных плоскостей. Им получено полное описание вычислимых размерностей свободных проективных плоскостей, именно, доказано, что вычислимая размерность любой счётной свободной проективной плоскости равна 1 или ω , свободная проективная плоскость вычислимо категорична тогда и только тогда, когда её ранг конечен. Здесь же установлено, что следующие классы вычислимых проективных плоскостей не имеют вычислимой нумерации с точностью до вычислимого изоморфизма: свободные плоскости, свободно порождённые плоскости, дезарговы плоскости, папповы плоскости, произвольные проективные плоскости.

В четвёртой главе диссертации автор доказывает, что класс всех свободно порождённых проективных плоскостей и класс всех папповых проективных плоскостей являются полными относительно спектров степеней и эффективных размерностей. В частности, отсюда следует, что в этих классах проективных плоскостей реализуются все возможные вычислимые размерности. Здесь также установлена наследственная неразрешимость элементарной теории свободно порождённых проективных плоскостей.

Наконец, в пятой главе диссертации получены точные оценки сложности для некоторых естественных алгоритмических проблем в классах вычислимых проективных плоскостей. Доказано, что в классах папповых, дезарговых и произвольных проективных плоскостей проблема изоморфизма является Σ_1^1 - m -полным множеством, а проблема изоморфизма в классе свободных проективных плоскостей конечного ранга является Δ_3^0 - m -полным множеством. Исследуя сложность проблемы вложимости автор доказал, что для классов папповых, дезарговых и произвольных проективных плоскостей проблема вложимости также является Σ_1^1 - m -полным множеством. Наконец, в этой главе получена оценка сложности проблемы вычислимой категоричности: она является Π_1^1 - m -полным множеством в классах папповых и дезарговых, а также произвольных проективных плоскостей.

Все эти результаты диссертации являются новыми, приведенные доказательства полны и понятны, автореферат полно и правильно отражает содержание диссертационной работы. Таким образом, диссертанту удалось решить ряд серьезных открытых проблем по алгоритмической теории проективных плоскостей (в большей части это относится к содержанию главы 4).

В качестве основных результатов диссертации автор назвал решения этих проблем, но, как мне кажется, центральным результатом диссертации следует считать изложенные в главе 4 методы кодирования алгорит-

мически полных структур (графов или полей) в свободно порожденные и папповы проективные плоскости, на основе которых и получены большая часть этих результатов.

В качестве замечания (предыдущее предложение не надо воспринимать как замечание) можно отметить следующий вопрос: приведенная в параграфе 4.3 кодировка графов на проективную плоскость чем-то отличается от приведенной в параграфе 4.1 кодировки, или нет? Если это та же кодировка, то следовало бы об этом сказать явно; если же нет, то неясно, в чем состоит принципиальное различие.

Резюмируя все сказанное можно утверждать, что диссертационная работа Н.Т.Когабаева является цельным и законченным научным исследованием, полученные в ней результаты представляют собой серьезное продвижение в теории вычислимых моделей и имеют хорошие перспективы для дальнейших исследований. Диссертация Нурлана Талгатовича Когабаева «Вычислимые представления проективных плоскостей» удовлетворяет требованиям, предъявляемым к докторским диссертациям по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел, а её автор заслуживает присуждения ему искомой учёной степени.

Официальный оппонент

академик АН РТ, д.ф.-м.н., профессор

М.М. Арсланов

« »

2018 г.

Арсланов Марат Мирзаевич, заведующий кафедрой алгебры и математической логики Казанского (Приволжского) Федерального университета,

адрес: 420008, г.Казань, ул. Кремлевская, 18,

телефон: +7 (843) 3227714, e-mail: Marat.Arslanov@kpfu.ru