

Утверждаю
Ректор НГТУ,
д.т.н., профессор
_____ А.А. Батаев
«_____» _____ 2018 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

НОВОСИБИРСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА НА ДИССЕРТАЦИЮ АЛЕКСАНДРА ЛЕОНИДОВИЧА ПОПОВИЧА «ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕТОК РЕШЕТКАМИ КОНГРУЭНЦИЙ ПОЛУГРУПП», ПРЕДСТАВЛЕННУЮ НА СОИСКАНИЕ УЧЕНОЙ СТЕПЕНИ КАНДИДАТА ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ НАУК ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ 01.01.06.

Начиная с пионерской работы А.И.Мальцева решетки конгруэнций универсальных алгебр относятся к одним из самых эффективных инструментов исследования свойств и строения последних. В связи с этим традиционен интерес к изучению свойств решеток конгруэнций при исследовании универсальных алгебр того или иного класса с одной стороны, а с другой — к проблеме представления решеток в виде решеток конгруэнций алгебр данного класса.

Целый ряд известных работ ведущих специалистов по теории решеток и универсальной алгебре посвящен проблемам представления решеток решетками конгруэнций решеток, полурешеток, групп (в частности, вопрос представимости дистрибутивных решеток решетками конгруэнций групп полностью решен в работах Силкока и Ружечки, Тумы, Верунга). Вопрос о представимости решеток решетками конгруэнций группоидов рассматривался в работах Лэмпа и МакКинзи. Естественно возникает вопрос о представимости решеток решетками конгруэнций полугрупп — классическим промежуточным классом между группоидами и группами.

Диссертант сосредотачивает свое внимание на классах полугрупп наиболее далеких от групп — полугруппах без идемпотентов, полугруппах все конгруэнции которых рисовские и нильполугруппах.

В частности им доказано, что любая дистрибутивная алгебраическая решетка с рядом ограничений на их компактные элементы (либо их совокупность не более чем счетна, либо они образуют подрешетку с единицей в данной решетке) представима как решетка конгруэнций полугруппы без идемпотентов (теоремы I и II). При этом техника используемая для доказательства этих утверждений относится к так называемой технике функций расстояния с использованием наглядных теоретико-графовых конструкций, восходящей к работе Йоннсона о решетках разбиений множеств и разработанная далее для решеток конгруэнций в работах Пудлака, Репницкого,

Тумы. Диссертанту приходится значительно модифицировать эту технику применительно к рассматриваемой им задаче.

Используя эту технику он строит цепочку последовательных расширений полугрупп обеспечивающих, шаг за шагом, выполнение условий гарантирующих изоморфизм данной дистрибутивной решетки и решетки конгруэнций итоговой полугруппы. При этом ему приходится преодолеть ряд принципиальных трудностей и проявить немалую техническую изобретательность. Решению этих проблем и посвящена глава 1 диссертации.

В главе 2 рассматриваются вопросы представимости решеток решетками конгруэнций полугрупп и группоидов все конгруэнции которых рисовские. В частности доказаны теорема III о том, что всякая дистрибутивная алгебраическая пространственная решетка изоморфна решетке конгруэнций некоторой подобной полугруппы и теорема IV об изоморфизме тех же самых решеток решеткам конгруэнций группоидов все конгруэнции которых рисовские с дополнительным условием что бы эти группоиды были коммутативными 2-нильгруппоидами. Техника доказательств этих утверждений основана на вводимом диссертантом понятии идеальной (от понятия идеал группоида, полугруппы) функции на группоидах с нулем и требует, как и в главе 1, довольно тщательной вычислительной работы

Содержание главы 3 посвящено изучению свойств решеток конгруэнций нильполугрупп. Как оказалось это условие (быть нильполугруппой) существенно ограничивает сложность решетки конгруэнций подобной полугруппы. А именно, дистрибутивность решетки конгруэнций нильполугруппы влечет ее линейную упорядоченность (теорема V). В теореме VI диссертантом описаны все конечные нильполугруппы с модулярной решеткой конгруэнций. При этом, как следствие этого результата доказано, что всякая нильпотентная полугруппа с модулярной решеткой конгруэнций конечна (предложение 1). Наконец, в теореме VII диссертантом выявлены еще ряд ограничений на строения решеток конгруэнций нильполугрупп. В теоремах V и VII активно используются известные теоретико-решеточные конструкции: склеенные суммы решеток, покрытия решеток, мультивставки, решетки антицепей и т. д. В теореме VI свойство модулярности решетки конгруэнций конечной нильполугруппы увязывается с шириной этой полугруппы рассматриваемой как упорядоченной отношением делимости. Это и приводит к возможности, в конечном счете, систематизировать и описать все подобные полугруппы с точностью до изоморфизма.

Полученные в диссертации результаты представляют несомненный интерес с точки зрения изучения решеток конгруэнций универсальных алгебр и теории полугрупп. Полученные диссертантом результаты новы и оригинальны. При этом техника используемая для их доказательств достаточно сложна и трудоемка. Диссертант достаточно искусно использует в доказательствах как известные понятия и конструкции, так и разработанные им самим необходимые модификации этих понятий и конструкций, а так же вполне оригинальные, вводимые им, конструкции и понятия.

Текст и структура диссертации тщательно продуманы и максимально

благоприятны к ее читателям. Фактически отсутствуют опечатки, описки и другие неточности. Укажем лишь, к примеру, на отступление, от задекларированной на стр. 16 тройной нумерации утверждений, ссылку на не существующее предложение 1.1 (вместо теоремы 1.1) на стр. 17. То же относится к ссылке на лемму 1 на стр. 53. Отметим так же не самое удачное выражение «отображение от одного аргумента» (стр. 38), отсутствие четкого определения понятия «отображение отделяет ноль» (стр.53) и употребление термина «объединение элементов» вместо «супремума» на стр. 57. Прервем на этом подобные несущественные придирки к тексту. Все эти погрешности не играют никакой роли для понимания содержания текста диссертации.

Все утверждения диссертации снабжены исчерпывающими доказательствами не оставляющими сомнений в их справедливости.

Оценивая диссертацию А.Л.Поповича в целом, следует признать, что она полностью удовлетворяет требованиям предъявляемым к кандидатским диссертациям по специальности 01.01.06. Основные ее утверждения отражены в четырех статьях диссертанта своевременно опубликованных в журналах из списка ВАК и доложены на целом ряде авторитетных алгебраических международных конференций. Участие соавторов в совместных публикациях указано должным образом. Автореферат адекватно отражает содержание диссертации. Результаты полученные диссертантом могут найти свое дальнейшее применение в чтении спецкурсов и в алгебро-логических исследованиях Института математики СОРАН, ИММ УрОРАН, МГУ, УрФУ, НГУ и других.

Резюмируя анализ представленной диссертации, считаем Александра Леонидовича Поповича достойным присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Отзыв на диссертацию А.Л.Поповича обсужден и одобрен на заседании кафедры алгебры и математической логики Новосибирского государственного технического университета 17 апреля 2018 года, протокол № 4.

Заведующий кафедрой АиМЛ НГТУ, д.ф.-м.н.

Судоплатов С.В.

Профессор, д.ф.-м.н.

Пинус А.Г.