Отзыв научного руководителя на диссертацию Юлии Андреевны Михальчишиной «ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГРУПП КОС И ГРУППЫ УЗЛОВ», представленной на соискание ученой степени кандидата физико–математических наук по специальности 01.01.06 «Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Основной проблемой в теории узлов является классификация узлов с точностью до изотопии. Для решения этой проблемы используются различные методы: топологические, алгебраические, комбинаторные и т. д. В частности, теоремы Александера и Маркова позволяют свести проблему классификации узлов к ряду алгебраических проблем, включающих проблему равенства слов, проблему сопряженности и проблему стабилизации в группах кос. Используя группы кос, можно находить такие инварианты узлов как группа узла, полином Александера и др. Группа узла определяется как фундаментальная группа дополнения узла в трехмерной сфере. При этом косы, а точнее, представление кос автоморфизмами, позволяют только выписать порождающие и соотношения.

После введения Кауффманом в 1996 г. виртуальных узлов, активно развивается теория виртуальных узлов, которая обобщает классическую теорию узлов. Для изучения виртуальных узлов используется группа виртуальных кос, а также аналоги теорем Александера и Маркова. В отличие от классического узла, который является топологическим объектом (одномерным многообразием, вложенным в трехмерное), виртуальный узел является комбинаторным объектом. Поэтому у нас нет естественного определения группы виртуального узла. Одним из подходов к определению группы виртуального узла является построение представлений виртуальной группы кос автоморфизмами некоторой группы.

В настоящей диссертации строится представление группы виртуальных кос автоморфизмами свободного произведения свободной группы и свободной абелевой группы. Доказывается, что это представление обобщает все известные ранее и, в некотором смысле, сильнее их. Используя это представление, определяется группа виртуального узла и в качестве примера находятся группы некоторых узлов.

Перейдем к более подробному описанию основных результатов диссертации.

В **первой главе** содержатся необходимые предварительные сведения. В частности, приводятся представления Артина и Вады группы кос в группу автоморфизмов свободной группы, приводятся известные представления группы виртуальных кос в группу автоморфизмов свободного произведения свободной и свободной абелевой группы, описывается метод Магнуса построения линейных представлений и метод Виртингера построения группы узла по его диаграмме.

Во **второй главе** строится новое представление φ_M группы виртуальных кос VB_n в группу автоморфизмов $\mathrm{Aut}(F_{n,2n+1})$, где $F_{n,2n+1}$ – свободное произведение свободной группы ранга n и свободной абелевой группы ранга $2n+1$ (теорема 1). Доказывается, что это представление обобщает все ранее известные. Также строятся продолжения представлений Вады на группы виртуальных кос и кос со спайками. Представление φ_M не является продолжением представления Артина группы кос.

В § 2.1.1 строится представление $\widetilde{\varphi}_M : VB_n \longrightarrow \mathrm{Aut}(F_{n,n})$, продолжающее представление Артина и являющееся равносильным представлению φ_M (равносильность означает, что либо оба представления являются точными, либо оба содержат нетривиальное ядро).

В § 2.3 описаны все линейные локальные представления группы кос B_3 и все линейные локальные, однородные представления группы B_n.

Третья глава посвящена определению группы виртуального узла. При этом используются два подхода: на языке кос и на языке диаграмм. В § 3.1.1 по каждой виртуальной косе определяется группа и доказывается (теорема 6), что она является инвариантом зацепления, являющегося замыканием этой косы. В § 3.1.2 по диаграмме виртуального зацепления определяется группа и доказывается, что она является инвариантом этого зацепления, т. е. не зависит от конкретной диаграммы. В теореме 9 утверждается, что группа зацепления, построенная по косе, изоморфна группе, построенной по диаграмме. В § 3.2 приводятся примеры вычисления групп 2-х нитиевых торических зацеплений, а также виртуального трилистника и виртуального зацепления Хопфа.

Все основные результаты диссертации являются новыми. Некоторые результаты получены в неразделимом соавторстве с научным руководителем и М. В. Нещадимом, остальные результаты получены автором самостоятельно. Диссертация написана ясно, грамотно, хорошим математическим языком. Автореферат точно и полно отражает содержание диссертации.

Считаю, что диссертация полностью отвечает всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям: тема диссертации актуальна, представленные в ней результаты составляют цельное и значительное научное исследование, являются новыми, снабжены корректными доказательствами, своевременно и полностью опубликованы в научных изданиях. Результаты и методы, предложенные автором, могут использоваться в дальнейших исследованиях по теории групп и теории узлов. Автор диссертации Юлия Андреевна Михальчишина заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Научный руководитель
Бардаков Валерий Георгиевич
доктор физико–математических наук,
доцент, ведущий научный сотрудник
лаборатории обратных задач математической физики
ФГБУН “Институт математики им. С. Л. Соболева, СО РАН”
Новосибирск, пр. Ак. Коптюга, 4, 383-363-46-69

27 марта 2018 г. В. Г. Бардаков