Отзыв
на диссертацию Симонова Андрея Артемовича
«Ограниченно точно транзитивные группы и алгебраические системы, связанные с псевдоматричным умножением», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук.

Целью диссертационной работы является изучение алгебраических систем с псевдоматричными операциями, возникающими в теории физических структур, и выявление связей между ними и более известными алгебраическими системами.

Давно известно и очень полезно понятие точной n – транзитивности для групп, действующих на некотором множестве. В 1965 году H. Karzel построил взаимно-однозначное соответствие между точными 2-транзитивными группами и почти-областями. Это соответствие позволило получать некоторые результаты о точно 2-транзитивных группах, работая с почти-полями. Но наблюдалась и обратная ситуация (см., например, статью В.Д. Мазурова 1996 года, статью А.И. Созутова, Е.Б. Дуракова и Е.В. Бугаевой 2014 года). Кстати, в последней работе было найдено достаточное условие того, что почти-область является почти-полем, а точно 2-транзитивная группа содержит нормальную регулярную абелеву подгруппу. Чуть позже E. Rips, Y. Segev, K. Tent построили пример точно 2-транзитивной группы, не содержащей нормальной регулярной абелевой подгруппы, отрицательно решив вопрос 11.52 из «Коуровской тетради», поставленный В.Д. Мазуровым, доказав тем самым существование почти-области, не являющейся почти-полем.

В §1 главы 1 автор вводит понятие ограниченно точно n-транзитивной группы и приводит способы построения ограниченно точно 2-транзитивной группы над правым почти-кольцом, множество обратимых элементов которого образует группу. Построенная группа изоморфна группе аффинных преобразований исходного почти-кольца, в частности она содержит абелеву нормальную подгруппу — подгруппу сдвигов. В теореме 2 строится ограниченно точно 2-транзитивная группа над алгебраической системой, близкой к почти-области.

В дальнейшем, в главе 1, вводится понятие n-псевдополя, строятся ограниченно точно n-транзитивные группы над n-псевдополями. С другой стороны, по ограниченно точно n-транзитивной группе автор строит n-псевдополе и в итоге доказывает теорему о категорной эквивалентности категории ограниченно точно n-транзитивных групп и категории n-псевдополей. Отметим, что переход от групп к псевдополям, по-видимому, позволит облегчить изучение первых.

В главе 2 рассматриваются примеры псевдоматричного умножения $X \odot Y = XAY + XB + CY + D$ на множестве квадратных матриц $M_n(P)$, где P — некоторое поле, а A, B, C, D — фиксированные матрицы из $M_n(P)$. Показано, что система $\langle M_n(P), +, \odot \rangle$ является ассоциативным кольцом тогда и только тогда, когда B, C, D — нулевые матрицы. Поэтому наиболее интересна ситуация, когда операция $\odot$ ассоциативна, но не все матрицы B, C, D нулевые. Кроме того интересно, на каком подмножестве квадратных матриц эта операция является групповой? Выяснение этих вопросов привело автора к известной в теории физических структур группе Михайличенко. В главе 2 доказано, что группа Михайличенко $\langle G_n(P), \odot \rangle$ владывается в линейную группу $GL_{n+1}(P)$, более того группа Михайличенко изоморфна группе $(GL_{n-1}(P) \leftthreetimes P^{n-1}) \leftthreetimes P^n$. Мне кажется, что о последнем факте стоило бы упомянуть в формулировке теоремы 8.

В главе 3 вводятся определение алгебраической системы феноменологически симметричных геометрий (ФСГ), определения гомоморфизма и изоморфизма таких систем, устанавливается связь между такими системами и системами с псевдоматричным умножением. Это позволяет автору доказать теорему 11 о вложимости алгебраических систем ФСГ произвольного ранга в алгебраические системы ФСГ минимального ранга и теорему 12 о категорной эквивалентности категории алгебраических систем ФСГ и категории алгебраических систем с псевдоматричным умножением. Из этих утверждений с учетом результата Михайличенко

следует, что над полем действительных чисел существуют только две локально неизоморфные псевдоматричные группы одинакового размера.

Поскольку диссертация изобилует достаточно громоздкими вычислениями, то в ней встречается и немалое количество опечаток. Однако их количество не мешает чтению и уяснению материала. Есть небольшие замечания по формулировкам теорем 1 и 8. Про формулировку теоремы 8 выше уже говорилось, а в формулировке теоремы 1 стоило бы сказать о существовании в построенной ограниченно точно 2-транзитивной группе абелевой нормальной подгруппы. В заключение хотелось бы отметить актуальность темы диссертации, новизну и обоснованность полученных результатов, их научную ценность. Не вызывает никаких сомнений личный вклад автора в получение вышеперечисленных результатов.

Считаю, что диссертация «Ограниченно точно транзитивные группы и алгебраические системы, связанные с псевдоматричным умножением» соответствует специальности 01.01.06, удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а её автор Симонов А.А. достоин присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент:
к.ф.-м.н., доцент Сосновский Ю.В.