ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию
Звездиной Марии Анатольевны
"Конечные почти простые группы, изоспектральные простым",
представленную на соискании ученой степени кандидата физико-математических
наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Результаты диссертации касаются вопроса о том, насколько точно данная конечная простая группа G определяется множеством порядков $\omega(G)$ своих элементов, то есть спектром. Первым существенным шагом в данном направлении является работа Бернсайда (Trans. Cambridge Phil. Soc.,1900). Он классифицировал конечные группы, спектр которых содержит число 2 и не содержит других четных чисел. Оказалось, что это в точности группы симметрий правильного многоугольника с нечетным числом вершин и подгруппы четного порядка проективной специальной линейной группы $L_2(2^m)$. Из этого результата следует распознаваемость групп $L_2(2^m)$ по спектру, то есть, если $\omega(L_2(2^m)) = \omega(G)$ для конечной группы G, то группа G изоморфна $L_2(2^m)$. В 1957 г. Хигмен показал, что непримарная конечная группа, порядки нетривиальных элементов которой являются степенями простых чисел, либо разрешима и бипримарна, либо имеет единственный неабелев композиционный фактор. Обобщением этих результатов Бернсайда и Хигмена можно считать теорему Грюнберга–Кегеля о строении групп с несвязным графом простых чисел (графом простых чисел конечной группы называется граф на множестве простых делителей ее порядка, в котором два различных простых числа смежны тогда и только тогда, когда их произведение лежит в спектре), которая утверждает, что конечная группа с несвязным графом простых чисел либо является группой Фробениуса или двойной группой Фробениуса, либо имеет единственный неабелев композиционный фактор.

Основные результаты диссертации являются решениями для некоторых определенных классов конечных простых групп следующих проблем.

Проблема 1. Для каждой неабелевой простой группы S лиева типа описать все конечные группы G, такие что $S < G \leq AutS$ и $\omega(G) = \omega(S)$.

Проблема 2. Для каждой неабелевой простой группы описать все простые группы с таким же графом простых чисел.

Актуальность проблемы 1 подчеркивается следующим результатом, который получен усилиями многих математиков. Если S — конечная простая классическая группа размерности $n \geq 45$ или исключительная группа, отличная от ${}^3D_4(2)$, и $\omega(S) = \omega(G)$ для конечной группы G, то $S \leq G \leq AutS$. Это усеченный вариант теоремы А из введения диссертации, где ограничения на размерность некоторых классических групп значительно слабее.

Проблему 2 можно рассматривать как частный, но принципиально важный случай проблемы распознаваемости конечных простых групп по графу простых чисел. Последняя является более сложной, чем проблема распознавемости по спектру. Известно, например, что группы Ри ${}^2G_2(q)$ распознаваемы по графу простых чисел.

Перейдем к рассмотрению результатов диссертации по главам. Первая глава является вводной, в ней приводятся необходимые определения и известные факты, используемые в работе. В частности, в § 2 приводятся результаты А.А.Бутурлакина об описании спектров простых симплектических и ортогональных групп лиева типа в характеристике 2 и исключительных групп типов E_6 и E_7, а также известные арифметические критерии смежности вершин в графах простых чисел простых классических групп. В § 3 развивается подход А.В.Заварницина для описания спектров почти простых групп, базирующийся на фундаментальной теореме Ленга о сюръективном эндоморфизме связной линейной алгебраической группы.

В главе 2 изучаются спектры автоморфных расширений простых симплектических и ортогональных групп над полями характеристики 2. Для этих групп полностью решается проблема 1. Более точно, теорема 1 утверждает, что спектр нетривиального автоморфного расширения простой симплектической группы в характеристике 2 не может совпадать со спектром этой группы. Аналогичный результат дает теорема 2 для простой ортогональной группы четной размерности в характеристике 2. Теоремы 1 и 2 завершают исследование распознаваемости по спектру конечных простых групп лиева типа над полями характеристики 2.

Глава 3 посвящена решению проблемы 1 для простых исключительных групп лиева типа. Доказываются критерии совпадения спектра нетривиального автоморфного расширения простой группы ${}^3D_4(q)$, $F_4(q)$, $E_6(q)$, ${}^2E_6(q)$ или $E_7(q)$ со спектром самой группы (теоремы 3–6). Полученные в этой главе результаты завершают исследование распознаваемости по спектру простых исключительных групп лиева типа над конечными полями. Теоремы 3 и 4 получены в соавторстве с научным руководителем М.А.Гречкосеевой.

Четвертая глава посвящена решению проблемы 2 для знакопеременных групп. Основным результатом главы является теорема 7, которая утверждает, что конечная простая группа с графом простых чисел как у знакопеременной группы сама является знакопеременной группой, кроме нескольких непосредственно перечисленных случаев. В теореме 7 также указаны случаи совпадения графов простых чисел различных знакопеременных групп. Более того, доказано, что по модулю некоторого теоретико-числового утверждения, связанного с бинарной гипотезой Гольдбаха, других случаев совпадения графов простых чисел различных знакопеременных групп нет (теорема 8).

Диссертация хорошо оформлена, ее содержание полно и правильно отражает автореферат. Имеются лишь следующие замечания.

1) стр. 5, строка 8 сверху: Фразу "гипотеза была доказана" лучше было бы заменить на "гипотеза была подтверждена".

2) стр. 35., лемма 3.1.2: Произошло смешивание русского и английского языков в выражении "равен to".

3) стр. 54: В теореме 7 в пункте 2) вместо "n"должна быть буква "m". Аналогичная опечатка есть и в автореферате.

Все основные результаты диссертации новы, своевременно опубликованы в печати и, несомненно, являются значительным вкладом в решение проблем распознаваемости конечной простой группы по спектру и графу простых чисел. В их доказательствах использовались глубокие, как хорошо известные, так и новые результаты из теории конечных и алгебраических групп, а также из теории чисел.

Считаю, что диссертационная работа "Конечные почти простые группы, изоспектральные простым" удовлетворяет всем требованиям п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней", а ее автор — Звездина Мария Анатольевна, заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

ФГАОУ ВО
"Сибирский федеральный университет",
кафедра алгебры
и математической логики, профессор,
доктор физико-математических наук,
профессор Нужин Яков Нифантьевич

Почтовый адрес:
Российская Федерация, 660041,
г. Красноярск, пр. Свободный, 79
Телефон: 89082059283
E-mail: nuzhin2008@rambler.ru