

**Отзыв**  
**официального оппонента на диссертацию**  
**Захарова Антона Станиславовича**  
**«Алгебры Новикова - Пуассона и супералгебры йордановых скобок»,**  
**по специальности 01.01.06 - «математическая логика, алгебра и теория чисел»**  
**представленной на соискание степени кандидата физико-математических наук**

Диссертация Захарова Антона Станиславовича посвящена актуальным в теоретическом и прикладном аспектах исследованиям алгебр Новикова-Пуассона, супералгебрам йордановых скобок, и их связям. Алгебры Новикова-Пуассона возникли в 70–80-х годах прошлого столетия в работах И.М. Гельфанда, И.Я. Дорфмана и А.А. Балинского, С.П. Новикова, как алгебраические структуры, связанные с гамильтоновыми операторами. Этот класс алгебр сразу привлек внимание алгебраистов в связи с вопросом С.П. Новикова, который можно сформулировать следующим образом: Существуют ли простые конечномерные вещественные алгебры Новикова? Существенные результаты в теории алгебр Новикова были получены в работах Е.И. Зельманова, В.Т. Филипова, Дж. М. Осборна, К. Ксу и ряда других математиков.

Алгебры Новикова-Пуассона — это алгебры с двумя операциями умножения, причем относительно одной операции это ассоциативная коммутативная алгебра, а относительно другой это алгебра Новикова. Алгебры Новикова-Пуассона были введены в работе К. Ксу в 1997 году. Отметим, что алгебры Новикова, введенные в работе И.М. Гельфанда, И.Я. Дорфмана, есть ничто иное, как алгебры Новикова-Пуассона. Е.И. Зельманов показал, что конечномерная простая алгебра Новикова над полем характеристики нуль это сама является полем. К. Ксу описал простые конечномерные алгебры Новикова над алгебраически замкнутым полем характеристики  $p$ . Как оказалось, каждая конечномерная простая алгебра Новикова над алгебраически замкнутым полем характеристики  $p$  допускает структуру алгебры Новикова-Пуассона. Связь между алгебрами Новикова-Пуассона с ассоциативно коммутативной единицей и простой алгеброй Новикова и дифференциально простыми ассоциативно коммутативными алгебрами была установлена в работе В.Н. Желябина и С.А. Тихова.

Йордановы супералгебры, ставшие сегодня классическими алгебраическими структурами, были введены в 70-х годах прошлого столетия И. Капланским. Это  $\mathbb{Z}_2$ -градуированные алгебры, грассманова оболочка которых является йордановой алгеброй. В рамках построения структурной теории конечномерных йордановых супералгебр, такие алгебры начали систематически изучаться в работах Е.И. Зельманова, В. Каца, И. Кантора, К. Мартинес, М. Расина, И.П. Шестакова, А. Елдуке, Д. Бенкарт и других математиков.

Хорошо известно, что йордановы (супер)алгебры делятся на специальные и исключительные (супер)алгебры. К специальным относятся те (супер)алгебры, которые являются подалгебрами йордановых (супер)алгебр, полученных из ассоциативных (супер)алгебр, заменой умножения на (супер)симметризованное умножение. Специальные (супер)алгебры играют значительную роль в

теории йордановых (супер)алгебр. Поэтому вопрос специальности для йордановых (супер)алгебр имеет важное значение в теории йордановых (супер)алгебр.

И.Л. Кантор ввел в рассмотрение функтор, позволяющий по (супер)алгебре Пуассона построить йорданову супералгебру. Эта конструкция получила название дубля Кантора и позволяет строить йордановы супералгебры по ассоциативной коммутативной супералгебре с заданной на ней суперкососимметрической билинейной операцией. Как правило, суперкососимметрическую билинейную операцию называют скобкой, а полученную супералгебру - супералгеброй йордановой скобки. Естественно возникает вопрос специальности супералгебры йордановой скобки. Существенные продвижения в этом направлении получены в работах В.Г. Скосырского, И.П. Шестакова, Е.И. Зельманова, Д. Кинга, К. МакКриммона, К. Мартинес.

Диссертация Захарова А.С. состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы.

В главе 1 определен класс обобщенных алгебр Новикова-Пуассона. Доказано, что если ассоциативно коммутативная часть обобщенной алгебры Новикова-Пуассона содержит хотя бы один неделитель нуля, то эта алгебра является алгеброй Новикова-Пуассона и вкладывается в алгебру Новикова-Пуассона векторного типа.

В главе 2 получена классификация алгебр Новикова-Пуассона размерностей 2 и 3 над полем комплексных чисел, и приведены примеры алгебр Новикова-Пуассона, которые не являются алгебрами Новикова-Пуассона векторного типа.

В главе 3 изучается связь между произвольными алгебрами Новикова-Пуассона и супералгебрами йордановых скобой. Доказано, что коммутатор относительно умножения Новикова является йордановой скобкой на ассоциативно коммутативной части. Также показано, что, при некотором условии на ассоциативную коммутативную часть, простота алгебры Новикова эквивалентна простоте соответствующей супералгебры йордановой скобки. В главе 3 также установлена связь между алгебрами Новикова-Пуассона и  $(-1, 1)$ -супералгебры, что позволило доказать специальность йордановой супералгебры, построенной по алгебре Новикова-Пуассона. Этот результат является одним из основных в главе 3.

Сделаем несколько непринципиальных замечаний:

1. В доказательстве теоремы 2.2.1, ввиду больших вычислений, разобран только лишь один случай, со ссылкой на аналогичность вычислений. Для полноты изложения следовало бы разобрать 2-3 случая.

2. Несколько опечаток в тексте диссертации. Например, грамматическая ошибка на стр. 71 в слове ассоциативность, лишняя буква В в названии конференции на стр. 75 в работе автора [32].

Данные замечания не являются принципиальным и не снижают общего хорошего впечатления от диссертации, которая выполнена на высоком математическом уровне. Полученные результаты вносят существенный вклад в развитие теории алгебр Новикова-Пуассона и супералгебр йордановых скобой.

Тема диссертации актуальны, результаты работы представляют цельное и значимое научное ис-

следование. Все результаты диссертации снабжены корректными доказательствами. Автореферат диссертации правильно отражает её содержание. Основные результаты опубликованы в ведущих научных изданиях. Апробация работы включает ряд докладов на международных научных конференциях и семинарах. Результаты могут использоваться для дальнейших теоретических исследований неассоциативных алгебр и супералгебр в ведущих алгебраических центрах в России и за рубежом. Без сомнения, полученные результаты и разработанные методы в диссертации могут быть использованы в учебном процессе при чтении курсов по неассоциативным алгебрам.

На основании выше изложенного, считаю, что представленная диссертация «Алгебры Новикова-Пуассона и супералгебры йордановых скобок» соответствует всем критериям, установленным в положении о присуждении ученых степеней, а автор диссертации Захаров Антон Станиславович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент  
директор Сибирского института управления —  
филиал Российской академии народного  
хозяйства и государственной службы  
при Президенте Российской Федерации

д. ф.-м. н., профессор

Сверчков  
7 марта 2017 года.

Почтовый адрес: 630102, Россия, г. Новосибирск, Сибирский институт управления —  
филиал РАНХиГС при Президенте Российской Федерации, ул. Нижегородская, 6

Телефон: +7 (383) 210-16-09

Официальный сайт СИУ РАНХиГС: [www.siu.ranepa.ru](http://www.siu.ranepa.ru)

Электронная почта: [sverchkov@siu.ranepa.ru](mailto:sverchkov@siu.ranepa.ru)