

О Т З Ы В

официального оппонента о диссертационной работе Ильева Артема Викторовича «Исследование систем уравнений над графами, разрешимости универсальных теорий и аксиоматизируемости наследственных классов графов и матроидов», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 – математическая логика, алгебра и теория чисел.

В диссертации по столь актуальной теме алгебраическими и теоретико-модельными методами, в основном представленными в работе трех авторов, Даниярова Э.Ю., Мясников А.Г., Ремесленников В.Н. Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами (Новосибирск: Издательство СО РАН, 2016. – 243 с.), изучаются наследственные классы обыкновенных графов и классы бесконечных матроидов конечного ранга. Исследуются конечные системы уравнений над обыкновенными графами на предмет совместности и строятся алгоритмы нахождения их общих решений – координатных графов. Также в работе рассматриваются вопросы аксиоматизируемости наследственных классов графов и матроидов на языке логики первого порядка и разрешимости универсальных теорий наследственных классов графов.

В качестве новых научных результатов диссертантом выдвинуты следующие:

1) предложены алгоритмы проверки совместности систем уравнений над конечными обыкновенными графами и алгоритмы построения общего решения таких систем уравнений;

2) найдены критерии универсальной и конечной аксиоматизируемости монотонных наследственных классов графов, доказана разрешимость универсальной теории графов и универсальной теории произвольного рекурсивно аксиоматизируемого наследственного класса графов;

3) предложено эквивалентное определение матроида в терминах поверхностей различного ранга, удовлетворяющих заданным аксиомам инцидентности;

4) установлена конечная аксиоматизируемость класса матроидов фиксированного ранга r и двух классов матроидов ранга, не большего r .

Доказано, что класс матроидов конечного ранга не является аксиоматизируемым.

Автором изучены и критически анализируются известные достижения и теоретические положения других исследователей. Работа базируется на достаточном числе исходных данных и примеров. Она написана доходчиво и аккуратно оформлена на 97 страницах.

В целом, результаты, полученные автором, являются новыми научными знаниями в алгебраической теории графов, относящимися к теоретико-модельным и алгебро-геометрическим свойствам алгебраических систем. Основные результаты диссертации опубликованы в 10 печатных работах с 2014 года. В рекомендованных ВАК РФ журналах имеются: две авторские работы и одна в соавторстве. Все результаты неоднократно обсуждались на различных конференциях и семинарах, получили одобрение ведущих специалистов.

Изложение материала диссертации в целом продуманно. В работе имеется развернутое введение, в котором обосновывается актуальность исследования, формулируется цель, приводятся определения основных понятий и известные результаты, относящиеся к теме исследования. Кроме того, во введении перечислены результаты диссертации, повторным перечислением основных из которых исчерпывается заключение. Соответствующие предварительные сведения так же дублируются в начале каждой главы, в частности, на стр. 23 первой главы находится наиболее длинная копия фразы из введения. Возможно, как ключевая идея по мнению автора дословно повторяется «Проверка принадлежности графа некоторому классу входит в качестве процедуры в различные алгоритмы.... Эта процедура может быть оформлена в виде решения конечной серии систем уравнений над графами». Каждая последующая глава дополнительно снабжена параграфом с предварительными сведениями из введения, облегчающими чтение диссертации.

В Главе 1 исследуются три вида систем уравнений над обыкновенными графами. Для каждого вида систем уравнений предложены алгоритмы проверки их совместности и построения их общего решения – координатного графа. Приведены примеры, иллюстрирующие работу алгоритмов, но к сожалению, без анализа эффективности оных.

В Главе 2 рассматриваются вопросы аксиоматизируемости различных классов графов на языке логики первого порядка. Доказан критерий аксиоматизируемости монотонных наследственных классов

графов, определённых в терминах запрещённых подграфов. Найдены необходимые и достаточные условия универсальной и конечной аксиоматизируемости монотонных наследственных классов графов. Доказана разрешимость универсальной теории графов и универсальной теории произвольного рекурсивно аксиоматизируемого наследственного класса графов. Кроме того, приведены примеры, иллюстрирующие работу алгоритмов, определяющих принадлежность предложения универсальной теории графов.

В Главе 3 предложено эквивалентное определение матроида в терминах поверхностей различного ранга, удовлетворяющих заданным аксиомам инцидентности. Доказана конечная аксиоматизируемость класса матроидов фиксированного ранга r , а также двух наследственных классов матроидов ограниченного ранга: класса матроидов ранга, не большего r , и класса матроидов разбиения ранга, не большего r . Показано также, что наследственный класс матроидов конечного ранга не является аксиоматизируемым.

Однако оформление работы не лишено недостатков. Отметим некоторые из них:

Первая глава посвящена решению систем уравнения над графами, но не содержит анализа эффективности найденного алгоритма решения. В описании процедуры проверки совместимости системы уравнений на стр. 30 доминирующее множество предлагается найти приближенно, аппроксимационным полиномиальным алгоритмом, отсылкой на статью Дэвида С. Джонсона от 1974 года, но об этом не сказано при описании разработанного алгоритма. В то же время существуют точные алгоритмы поиска доминирующего множества, например, работающий за время $O(1.5048^n)$ описан фон Роем, Недерлофом и фон Дейком в 2009 году.

На стр. 27 во фразе « W_i состоит из вершин графа» пропущено используемое в дальнейшем обозначение. Корректнее звучало бы « W_i состоит из вершин v графа».

На стр. 84 в аксиоме (F5) ошибочно указан диапазон индекса k от 0 до r , так как язык L_F состоит из $r+1$ предикатов F_0, \dots, F_r и в записи аксиомы (F5) присутствует F_{k+1} .

В тексте диссертации отсутствует ссылка на приведенную в списке литературы книгу [25] Уилсон Р. Введение в теорию графов. М.: Мир, 1977. – 208с.

Хотя отмеченные недостатки несколько затрудняют чтение диссертации, они не умаляют научной ценности полученных автором результатов.

В целом диссертация является законченным научно-исследовательским трудом, выполненным автором самостоятельно на высоком научном уровне по актуальной теме исследования. В работе приведены научные результаты, позволяющие квалифицировать их как новые. Полученные автором результаты достоверны, выводы и заключения обоснованы.

Автореферат соответствует основному содержанию диссертации.

Диссертационная работа отвечает критериям Положения о порядке присуждения ученых степеней, а ее автор Ильев Артём Викторович заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Официальный оппонент
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математики
и методики обучения математики
ФГБОУ ВО «Омский государственный
педагогический университет»
9 ноября 2017 г.

Д.В. Соломатин

Набережная им. Тухачевского, 14, г. Омск, 644099;
mail@omgpu.ru; www.omgpu.ru