

ОТЗЫВ НАУЧНОГО КОНСУЛЬТАНТА НА ДИССЕРТАЦИОННУЮ РАБОТУ

Шевлякова Артёма Николаевича

«Алгебраическая геометрия над полугруппами и булевыми алгебрами»,
представленную на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук по специальности
01-01-06 — математическая логика, алгебра и теория чисел.

Диссертация посвящена алгебраической геометрии над алгебраическими системами - одному из актуальных направлений исследований на стыке алгебры и логики. Данное направление в настоящее время активно развивается, о чем свидетельствует большое количество работ по алгебраической геометрии над группами, полугруппами, алгебрами и другими алгебраическими системами (см. библиографию настоящей диссертации).

Диссертация Шевлякова А.Н. посвящена изучению алгебраической геометрии над различными классами полугрупп, булевых алгебр и полурешеток. Для данных алгебраических систем соискатель решает многие алгебро-геометрические проблемы, поставленные Э.Ю. Данияровой, А.Г. Мясниковым и В.Н. Ремеселенниковым в их статьях и монографии по алгебраической геометрии над алгебраическими системами.

Перейдем к обзору результатов диссертации.

Для булевых алгебр (в языке с константами) А.Н. Шевляковым были изучены бесконечные системы уравнений. Кроме того, были описаны классы эквациональной компактности, играющие большую роль в универсальной алгебраической геометрии.

Значительная часть диссертации посвящена изучению эквациональных областей в различных классах полугрупп. Было дано полное описание эквациональных областей в следующих классах полугрупп: инверсные полугруппы, клиффордовы полугруппы, вполне простые полугруппы (все полугруппы рассматривались в языке с операцией обращения и константами), полугруппы с конечным идеалом и, в частности, все конечные полугруппы (язык с константами). Было показано, что в языке без констант эквациональной областью является лишь тривиальная полугруппа. Кроме того, для произвольной полугруппы (язык с константами) было найдено несколько необходимых условий принадлежности классу эквациональных областей.

Одна глава диссертации посвящена изучению свободной полурешетки F бесконечного ранга. Важность данного объекта для универсальной алгебраической геометрии заключается в том, что полурешетка F дает наиболее простой пример нётеровой по совместным системам уравнений алгебраической системы, которая тем не менее не является нётеровой по уравнениям (это один из результатов диссертации). Кроме того, для полурешетки F были описаны координатные полурешетки неприводимых алгебраических множеств и дана процедура проверки совместности систем уравнений над F .

Существенная часть диссертации посвящена исследованиям по комбинаторно-вычислительной алгебраической геометрии. Это новое направление исследований, связанное с вычислением алгебро-геометрических характеристик комбинаторных объектов. В диссертации изучались уравнения над конечными полурешетками, для которых были изучены асимптотические свойства неприводимых алгебраических множеств, а также множества решений случайно выбранных уравнений. В частности, для линейно упорядоченных полурешеток была описана процедура разложения алгебраического множества в объединение его неприводимых компонент и найдено

среднее число неприводимых компонент решений всех уравнений от n переменных над линейно упорядоченной полурешеткой из L элементов. В классе полурешеток порядка n была найдена полурешетка с минимальным (максимальным) числом несовместных уравнений. Было показано, что наиболее вероятным решением случайно выбранного уравнения над произвольной полурешеткой достаточно большого порядка является пустое множество.

Также диссертация содержит результаты, верные для произвольных алгебраических систем широкого класса языков. Так, например, А.Н. Шевляков рассматривает пополнение произвольного функционального языка L бинарным предикатным символом «не равно». Для расширенного языка были получены результаты о строении неприводимых алгебраических множеств, эквациональных ко-областей, классов эквациональной компактности и координатных алгебр.

В процессе работы над диссертацией соискателю пришлось развить методы алгебраической геометрии над полугруппами, универсальной алгебры и теории моделей. Кроме того, А.Н. Шевляковым были опубликованы записи лекций учебного курса по алгебраической геометрии над алгебраическими системами.

Все результаты диссертации являются новыми, представляют содержательное научное исследование, снабжены корректными доказательствами, и опубликованы в рецензируемых научных журналах. Результаты диссертации докладывались на многих международных конференциях (как в России так и за рубежом) и на семинарах в ИМ СО РАН (Омский филиал). Результаты диссертации могут использоваться для дальнейших исследований по алгебраической геометрии над алгебраическими системами и при чтении специальных курсов по данной тематике.

Считаю, что представленная диссертация «Алгебраическая геометрия над полугруппами и булевыми алгебрами» соответствует всем критериям, установленным в положении о присуждении ученых степеней, а соискатель - Шевляков Артём Николаевич - заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.06 - математическая логика, алгебра и теория чисел.

Научный консультант

Ремесленников Владимир Никанорович

доктор физико-математических наук,

профессор, заведующий лабораторией

комбинаторных и вычислительных методов алгебры и логики

ФГБУН Институт математики им. С.Л. Соболева

Сибирского отделения Российской академии наук

адрес: 644099, г. Омск, ул. Певцова, 13

телефон: +7 (3812) 972251,

e-mail: remesl@ofim.oscsbras.ru

Ремесленников В.Н.

Подпись В.Н. Ремесленникова заверяю

Начальник ОК

Шлюшинская Л.А.