

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Евгении Вадимовны Сотниковой «Минимальные носители собственных функций дистанционно регулярных графов», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09 – дискретная математика и математическая кибернетика.

Связь теории схем отношений (дистанционно регулярные графы соответствуют метрическим схемам отношений) с теорией кодирования, теорией блок-схем (комбинаторных дизайнов) и смежных вопросов получила широкое развитие начиная с работ Ф. Дельсарта 70-х годов прошлого века и имеет важное значение для теоретических и прикладных исследований в этих областях математики. В диссертации Е. В. Сотниковой исследуется вопрос о числе ненулей (размере минимального носителя) собственной функции дистанционно регулярного графа с данным собственным значением. Эта задача актуальна для исследования многих классов оптимальных объектов дискретной математики и теории кодирования, таких как совершенные и полностью регулярные коды, ортогональные массивы, комбинаторные дизайны и их подпространственные обобщения, латинские квадраты, латинские кубы и системы ортогональных латинских квадратов и кубов, регулярные разбиения (совершенные раскраски) и пр. Во многих случаях вопрос о размере минимального носителя собственной функции связан с вопросом о числе различных объектов того или иного класса и с возможностью строить различные объекты методом свитчинга.

В частности, в третьей главе диссертации, являющейся скорее приквелом к основной теме исследования, чем ее развитием, метод свитчинга используется для построения совершенного кода над q -значным алфавитом (q -степень простого), содержащего произвольный нелинейный наперед заданный код, исправляющий одну ошибку. Именно при переносе свитчинговых методов с двоичных совершенных кодов (для которых размер минимального носителя известен) на коды над произвольным алфавитом (для которых известные к настоящему моменту свитчинговые методы оперируют неминимальными свитчинговыми множествами) в нашей исследовательской группе пришло понимание, что вопрос о минимальном свитчинговом множестве и связанный с ним вопрос о минимальном носителе собственной функции требуют независимого изучения и являются естественными в общей теории схем отношений и ее применении к теории кодирования.

В первой главе диссертации рассмотрен вопрос о размере минимального носителя собственной функции кубических дистанционно регулярных графов. Евгения Вадимовна решила этот вопрос для всех собственных чисел всех кубических дистанционно регулярных графов, кроме трех наибольших. При исследовании обнаружилось новые эффекты. Так, при целом собственном числе минимальность носителя собственной функции может достигаться как на трехзначных $(0,1,-1)$ -функциях, так и на собственных функциях с большим числом значений.

Во второй главе диссертации рассмотрен вопрос о минимальности носителя собственной функции для графов билинейных форм (эти графы соответствуют метрическим пространствам с так называемой ранговой метрикой, коды в этих пространствах хорошо известны в теории кодирования). Для графов билинейных форм диаметра 2 установлен размер минимального носителя собственной функции с наименьшим собственным числом, построены соответствующие примеры. Для графов билинейных форм диаметра больше 2 показана недостижимость так называемой весовой нижней оценки размера минимального носителя собственной функции, также для минимального собственного носителя. Этот результат важен в контрасте аналогичных вопросов для графов Грассмана, в которые графы билинейных форм изометрично вкладывается и для которых весовая оценка достигается. Следует отметить, что наименьшее собственное число соответствует алгебраическим дизайнам (в смысле Дельсарта) максимальной силы в дистанционно регулярных графах. В графах билинейных форм такими дизайнами являются MRD (maximum rank-distance) коды с

расстоянием 2, к исследованию которых данные результаты имеют непосредственное отношение.

Представленные в диссертации результаты являются новыми и строго обоснованы. В ходе исследования Е. В. Сотникова проявила способности анализировать различные подходы к математическим задачам, разрабатывать свои методы решения, самостоятельно выбирать направление исследования. Большая часть результатов получена Евгенией Вадимовной самостоятельно, результаты третьей главы – в неразделимом соавторстве с научным руководителем. Все результаты опубликованы в трех статьях в рецензируемых журналах из списка ВАК, докладывались на научных семинарах, российских и международных конференциях.

Считаю, что диссертация Е. В. Сотниковой удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по математике, а ее автор заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель

доктор физико-математических наук, профессор РАН,
главный научный сотрудник ИМ СО РАН

Кротов Денис Станиславович

E-mail: krotov@math.nsc.ru

Телефон: 8-(383)-329-75-42

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН

Факс: 8-(383)-333-25-98. Телефон: 8-(383)-333-28-92.

Адрес: 630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4

30 мая 2019 г.