

ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации Евгения Андреевича Беспалова
«Методы алгебраической теории графов в исследовании МДР кодов»,
представленной на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.09

– дискретная математика и математическая кибернетика

Диссертация Е. А. Беспалова посвящена исследованию объектов дискретной математики и теории кодирования, известных как МДР коды, не обязательно линейные (это следует особо отметить, так как исследованию линейных МДР кодов посвящены отдельные разделы теории кодирования и конечной геометрии). МДР коды – объекты, актуальность изучения которых связана не только с теорией кодирования, но и с другими разделами дискретной математики, в частности, они эквивалентны латинским гиперкубам и системам ортогональных латинских гиперкубов. Две главы диссертации, первая и третья, относятся скорее к методологии исследования, чем непосредственно к конкретным кодам, так как основные изучаемые объекты не являются кодами как таковыми, но имеют прямое отношение к явлениям, которые имеют место в теории МДР кодов.

Первая глава диссертации связана с делимостью МДР кодов с расстоянием 2 (МДР код делим, если функция, представляющая одну координату кодовых векторов через все остальные, представима в виде неповторной суперпозиции функций от меньшего числа аргументов). Исследуется следующее явление, которое значительно затрудняет классификацию отдельных классов МДР кодов: существуют неразделимые МДР коды, у которых все подкоды, полученные фиксацией значения одной из координат, делимы. Е. А. Беспаловым рассмотрен подкласс класса МДР кодов с расстоянием 2, полученный из квадратичных функций многозначной логики. Нелинейная часть такой функции задается реберно-помеченным графом на множестве координат. В терминах таких графов и сформулированы основные результаты главы (связи с собственно МДР кодами посвящен отдельный раздел). Граф является свитчингово делимым, если посредством специального вида свитчингов (переключений) реберных меток графа, приводящих к появлению новых ребер и удалению некоторых старых, граф распадается на компоненты связности. Показано, что если все подграфы графа, полученные удалением одной вершины, свитчингово делимы, то и сам граф свитчингово делим, за исключением всего лишь одного свитчингового класса графов, который в работе полностью охарактеризован. Таким образом, на специальном подклассе всех МДР кодов установлено, что “портящие жизнь” неразделимые коды с делимыми-

ми подкодами – все же явление достаточно редкое. Заметим, что рассматриваемые свитчинги ребер графа в случае двузначных меток (этому случаю посвящена первая из двух опубликованных Е. А. Беспаловым работ по данной теме) являются свитчингами Зейделя, хорошо известными в алгебраической теории графов.

Во второй и третьей главе диссертации рассматриваются МДР коды в графах Дуба, то есть в метрическом пространстве, с точки зрения алгебраической теории графов имеющем те же параметры (строго говоря, массив пересечений дистанционно-регулярного графа), что и четверичное пространство Хэмминга.

Третья глава диссертации связана со следующим аспектом теории МДР кодов, а также других объектов подобного рода: различие между двумя кодами с одинаковыми параметрами. Разность характеристических функций МДР кодов с расстоянием 2 является собственной функцией графа (Хэмминга или Дуба) с минимальным собственным значением. Для МДР кодов с большим расстоянием, в общем случае, разность не будет собственной функцией, но у нее будет также очень ограниченный спектр. Таким образом, вопрос о минимальной возможной разности между двумя кодами связан с минимальным числом ненулей собственной функции. В работе Е. А. Беспалова, описанной в третьей главе диссертации, установлено минимальное число ненулей для собственных функций графов Дуба с минимальным собственным значением (что прямо связано с МДР кодами с расстоянием 2) и с почти максимальным собственным значением.

Во второй главе описаны все МДР коды с расстоянием больше 2 в графах Дуба. Как и в случае q -ичных кодов в метрике Хэмминга (при фиксированном q) число МДР кодов с расстоянием больше 2 и меньше диаметра D пространства конечно. Их все удастся теоретически описать. Кроме того, описаны все МДР коды с расстоянием D , число их классов эквивалентности растет полиномиально с ростом диаметра D . Ранее, аналогичным вопросам для четверичных графов Хэмминга была посвящена статья канадского ученого Т. Алдерсона, где доказывается несуществование нелинейных МДР кодов с расстоянием больше 2 в алфавите порядка 4 (как уже было отмечено, именно такие графы Хэмминга связаны с графами Дуба параметрами). В графах Дуба разнообразие кодов из исследуемого класса оказалось богаче, среди них есть и нелинейные коды, что усложнило теоретическую характеристику, но зато полученный результат более интересен. МДР коды с расстоянием 2 в графах Дуба не рассмотрены в диссертации, им посвящена отдельная совместная статья, которая находится в печати.

Представленные в диссертации результаты являются новыми и строго обоснованы. В ходе исследования Е. А. Беспалов проявил способности анализировать

различные подходы к сложным комбинаторным задачам и находить оригинальные решения. Большая часть результатов получена Евгением Андреевичем самостоятельно, остальные результаты – в неразделимом соавторстве с научным руководителем. Все результаты опубликованы в четырех статьях в рецензируемых журналах из списка ВАК, докладывались на научных семинарах и конференциях.

Считаю, что диссертация Е. А. Беспалова удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по математике, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук.

Научный руководитель

доктор физико-математических наук, профессор РАН,

ведущий научный сотрудник ИМ СО РАН

Кротов Денис Станиславович

E-mail: krotov@math.nsc.ru

Телефон: 8-(383)-329-75-42

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки

Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН

Факс: 8-(383)-333-25-98. Телефон: 8-(383)-333-28-92.

Адрес: 630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4

30 мая 2018 г.