

## ОТЗЫВ

научного руководителя о диссертации ЖЕЧЕВА Василия Александровича «Принцип инвариантности и вероятностные неравенства для последовательностей канонических  $U$ - и  $V$ -статистик от зависимых наблюдений», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

В диссертации исследуется следующий круг вопросов:

1) функциональные предельные теоремы – *принцип инвариантности* – для последовательностей канонических  $U$ - и  $V$ -статистик (так называемых канонических  $U$ - и  $V$ -процессов) произвольных порядков, построенных по слабо зависимым стационарно связанным наблюдениям;

2) вероятностные и моментные неравенства для равномерной нормы рассматриваемых  $U$ - и  $V$ -процессов.

Отметим, что канонические  $U$ - и  $V$ -процессы первого порядка представляют собой хорошо изученный объект – процессы частичных сумм центрированных случайных величин, которые нередко называются случайными ломаными, заданными на отрезке  $[0, 1]$ . Иными словами, исследования диссертации в известной степени обобщают классические результаты – так называемый принцип инвариантности Донскера–Прохорова, доказанный в середине прошлого столетия как для независимых, так и слабо зависимых случайных величин.

В 1980-е годы окончательно сформировалась предельная теория (в частности, включающая принцип инвариантности) для более общих объектов –  $U$ -статистик и статистик Мизеса (или  $V$ -статистик) произвольного порядка как с каноническими, так и невырожденными ядрами и независимыми наблюдениями (Х. Рубин и Р. Витале, 1980; М. Денкер, К. Гриленбергер и Г. Келлер, 1985; А.Ф. Ронжин, 1986; М. Денкер, Г. Делинг и У. Филипп, 1987, и др.). Если изучение предельного поведения невырожденных  $U$ - и  $V$ -статистик по существу сводится к асимптотическому анализу сумм случайных величин, то для упомянутых канонических  $U$ - и  $V$ -статистик ситуация кардинально меняется. В случае независимых наблюдений предельное распределение указанных статистик может быть представлено в виде бесконечной полиномиальной формы от независимых гауссовских величин (Х. Рубин и Р. Витали, 1980) или в виде кратных стохастических интегралов с интегрирующей стохастической винеровской продукт-мерой (М. Денкер, К. Гриленбергер и Г. Келлер, 1985). Соответственно слабые пределы в функциональной предельной теореме представляют собой либо аналогичные полиномиальные формы от независимых винеровских процессов (А.Ф. Ронжин, 1986) или однопараметрические семейства кратных стохастических интегралов с интегрирующей стохастической продукт-мерой, порожденной так называемым случайным полем Кифера (Г. Делинг, М. Денкер и У. Филипп, 1985).

Методика исследования в диссертации в своей основе опирается на аппарат ортогональных рядов, который впервые был использован в случае независимых наблюдений и канонических статистик второго порядка еще в 1947 году в классической работе Р. Мизеса, а позже был распространен и на канонические статистики произвольного порядка (Х. Рубин и Р. Витале, 1980). Для слабо зависимых наблюдений (последовательности с  $\alpha$ -,  $\varphi$ -,  $\psi$ -перемешиванием и  $m$ -зависимые) изучение предельного поведения канонических  $U$ - и  $V$ -статистик существенно усложняется по сравнению со случаем обычных сумм или случаем независимых наблюдений. Скажем, при разложении канонических ядер  $U$ -статистик в ортогональные ряды при замене неслучайных переменных на зависимые наблюдения может возникнуть ситуация, когда этот ряд с ненулевой вероятностью не совпадает с самим ядром.

Основные результаты первой главы – теоремы 1 и 2, где собственно, и сформулированы функциональные предельные теоремы соответственно для канонических  $U$ - и  $V$ -процессов, построенных по выборкам наблюдений с  $\alpha$ - или  $\varphi$ -перемешиванием. Одна из проблем, которую успешно решил диссертант, состоит в корректном задании предельных распределений в этих теоремах. Последовательность зависимых винеровских процессов, которые подставляются вместо переменных вышеупомянутых полиномиальных форм, задаются как сечения двухпараметрического гауссовского поля с известной ковариацией. Ранее другими авторами было исследовано предельное поведение лишь  $n$ -ых  $U$ - и  $V$ -статистик, т.е. одномерных проекций рассматриваемых  $U$ - и  $V$ -процессов (А.Н. Тихомиров, 1991, 1993; И.С. Борисов и Н.В. Володько, 2008).

Вторая глава диссертации посвящена экспоненциальным неравенствам для равномерной нормы  $U$ - и  $V$ -процессов, построенных, прежде всего, по последовательностям наблюдений с перемешиванием. Важно отметить, что для последовательностей с  $\varphi$ -перемешиванием полученные оценки в известном смысле неулучшаемые – логарифмическая асимптотика экспоненциальных оценок как функция от уровня уклонений имеет правильный порядок. Кроме того, во второй главе получены неравенства для уклонений равномерной нормы  $V$ -процессов в случае  $m$ -зависимых и независимых последовательностей наблюдений. Причем в последнем случае речь идет о новых неравенствах с явными константами, чего ранее до соискателя никто не получал. В силу известной двойственности между  $U$ - и  $V$ -статистиками вышеупомянутые неравенства могут быть перенесены и на  $U$ -процессы, что опять же позволяет существенно усилить известные «одномерные» версии такого сорта неравенств, опубликованных известными специалистами в последние четверть века.

Во время работы над диссертацией В.А. Жечев зарекомендовал себя изобретательным исследователем, способным самостоятельно решать серьезные математические проблемы.

Диссертационная работа Жечева Василия Александровича «Принцип инвариантности и вероятностные неравенства для последовательностей канонических  $U$ - и  $V$ -статистик от зависимых наблюдений», соответствует требованиям

ВАК, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.05 — «Теория вероятностей и математическая статистика».

Научный руководитель  
доктор физико-математических наук,  
профессор, главный научный сотрудник  
лаборатории теории вероятностей и математической статистики  
Борисов Игорь Семенович  
И. С. Борисов

Федеральное государственное бюджетное  
учреждение науки Института математики  
им. С.Л. Соболева СО РАН  
Факс: 333-25-98  
Телефон: 8-(383)-333-27-23  
E-mail: sibam@math.nsc.ru  
8-(282)-329-76-66  
Адрес: 630090 Новосибирск, пр. Академика Коптюга, 4.

8 июня 2018 г.