Важнейшие научные результаты Учреждения Российской академии наук Института математики им. С.Л.Соболева Сибирского отделения РАН за 2011 год

1. Для серии многочленов проведено явное вычисление их сепарант, что позволило дать новые более простые доказательства недавним важным результатам Р.Брауна и С.Хандужи.

(Советник РАН, академик Ю.Л.Ершов, тел. 363-45-90)

Ю.Л.Ершов, Сепаранты некоторых многочленов, Сибирский Математический Журнал Т. 52, No. 5, стр. 1053-1057
Ю.Л.Ершов, Обобщения леммы Гензеля и метод ближайшего корня, Алгебра и логика Т. 50, No. 6.

2. Установлены соотношения между основными свойствами обобщённой вычислимости на допустимых множествах, справедливыми в классическом случае. Доказана теорема о неподвижной точке оператора скачка.

(С.н.с., к.ф.-м.н. В.Г.Пузаренко, тел. 363-45-42)

Для классической вычислимости над натуральными числами справедлив ряд общих свойств (или принципов), таких, как существование универсальной вычислимой функции, принцип редукции, принцип униформизации и т.п., часть из которых впервые была сформулирована в дескриптивнной теории множеств. Не всегда эти свойства выполнены для Сигма-определимости, являющейся одним из обобщений понятия вычислимости на произвольные структуры. Это наблюдается даже в частном случае, в наследственно-конечных надстройках над структурами. При этом выполнимость вышеупомянутых свойств существенно зависит от структуры, порождающей такую надстройку. Для данной структуры одни свойства могут выполняться, а другие нет. Завершено формирование полной картины возможных зависимостей между такими свойствами. БОльшая и нетривиальная часть результатов, из которых следует наличие или отсутствие импликаций между свойствами, была доказана В.Г.Пузаренко.
В классической вычислимости хорошо известно понятие скачка, - операции, строго увеличивающей тьюрингову сложность объекта. В случае вычислимости на допустимых множествах для введённого ранее обобщения понятия скачка показано, что здесь скачок может уже и не приводить к увеличению сложности. Этот результат является более сильным и общим, чем полученные независимо аналогичные результаты Фридмана и Монталбана.

Пузаренко В.Г. - Дескриптивные свойства на допустимых множествах // Алгебра и логика, 2010, Т. 49, No. 2, 238-262
Пузаренко В.Г. - Неподвижные точки оператора скачка // Алгебра и логика, 2011, 50, 5.

3. Построена классификация расширений логики Йохансона со слабым интерполяционным свойством и указан алгоритм его распознавания. Доказана разрешимость свойства совместной непротиворечивости над этой логикой и слабой амальгамируемости в многообразиях алгебр Йохансона.

(Гл.н.с., д.ф.-м.н. Л.Л.Максимова, тел. 363-45-53)

Решена проблема слабой интерполяции над минимальной логикой J Йохансона. Известно, что среди суперинтуиционистских логик имеется лишь конечное число логик с интерполяционным свойством Крейга CIP и с проективным свойством Бета PBP. Напротив, все суперинтуиционистские логики обладают слабым интерполяционным свойством WIP.
Картина существенно меняется при переходе к более широкому семейству расширений минимальной логики J Йохансона. Множество J-логик без WIP и множество логик с WIP оба континуальны. Построена классификация расширений минимальной логики Йохансона J со слабым интерполяционным свойством WIP.
Доказана разрешимость проблемы слабой интерполяции в расширениях минимальной логики. Одновременно доказана разрешимость свойства совместной непротиворечивости над J и слабой амальгамируемости в многообразиях алгебр Йохансона.
Результат имеет принципиальное значение для дальнейших исследований. В частности, его применение позволило найти исчерпывающее описание логик с CIP и PBP и доказать разрешимость этих свойств над логикой Gl, полученной добавлением к J закона исключённого третьего.

Л.Л.Максимова. Разрешимость слабого интерполяционного свойства над минимальной логикой. Алгебра и логика, Т.50, no. 2 (2011), 152-188.
L.Maksimova. Interpolation and Definability over the Logic Gl. Studia Logica, Vol. 99, no. 1 (2011), 249-267.

4. Получено описание центра универсальной обёртывающей полупростой конечномерной алгебры Мальцева над полем характеристики ноль и семимерной простой алгебры Мальцева над полем характеристики не 2,3.

(Гл.н.с., д.ф.-м.н. В.Н.Желябин, гл.н.с., д.ф.-м.н. И.П.Шестаков совместно с Х.Перес-Искуэрдо (Испания))

Универсальные обёртывающие ассоциативные алгебры для алгебр Ли играют важную роль в изучении представлений алгебр Ли. Структура универсальной обёртывающей алгебры описывается классической теоремой Пуанкаре-Биркгофа-Витта, согласно которой градуированная алгебра универсальной обёртывающей изоморфна кольцу многочленов. Алгебры Мальцева являются более общим классом, чем алгебры Ли, введённым для исследования алгебраических луп. Ассоциативные алгебры по отношению к алгебрам Ли подобны альтернативным алгебрам по отношению к алгебрам Мальцева. Однако аналог теоремы Пуанкаре-Биркгофа-Витта оказывается верен не для альтернативных, а для более общего класса обёртывающих, построенного И.П. Шестаковым и Х. Перес-Искуэрдо в 2004 г.: здесь алгебра Мальцева вкладывается в обобщённый альтернативный центр некоторой неассоциативной алгебры. Многие свойства универсальных обёртывающих в указанном смысле оказались подобны свойствам универсальных ассоциативных обёртывающих для алгебр Ли. Например, хорошо известно, что центр универсальной обёртывающей ассоциативной алгебры для полупростой конечномерной алгебры Ли над полем характеристики нуль является кольцом многочленов от конечного числа переменных. Представленный результат обобщает это утверждение для класса алгебр Мальцева в нулевой характеристике (В.Н. Желябин, И.П. Шестаков, 2007) и для единственной простой нелиевой алгебры Мальцева в характеристике p>3 (J.M. Perez-Izquierdo, I.P. Shestakov, 2010).

В.Н. Желябин, И.П. Шестаков, Теоремы Шевалле и Костанта для алгебр Мальцева, Алгебра и логика, 2007, том 46, №5, 560-584.
J.M. Perez-Izquierdo, I.P. Shestakov, On the center of the universal enveloping algebra of the central simple non-Lie Malcev algebras in characteristic p. Proceedings of Jordan Structures in Algebra and Analysis Meeting, 227-242, Editorial Circulo Rojo, Almeria, 2010.

5. Доказано, что конформная алгебра Ли конечного типа с отщепляющимся разрешимым радикалом, не содержащая элементов Вирасоро, вкладывается в конформную алгебру петель над конечномерной алгеброй Ли и, следовательно, имеет точное представление конечного типа.

(Зав.лабораторией, д.ф.-м.н. П.С.Колесников)

Конформные алгебры (В.Г.Кац, 1996) представляют собой алгебраические системы, возникающие при формализации свойств коэффициентов сингулярной части операторного разложения произведений полей (operator product expansion, OPE) в двумерной конформной теории поля. С алгебраической точки зрения, конформные алгебры – это линейные пространства над полем k характеристики нуль, снабжённые унарной линейной операцией D и "многозначной" билинейной операцией, принимающей на любых двух элементах конечное число значений.
Наиболее интересен случай конформных алгебр конечного типа, в которых имеется конечное число полей, и коэффициенты сингулярной части OPE зависят только от этих полей и их производных. Такие конформные алгебры являются аналогами обычных конечномерных алгебр.
Одним из открытых вопросов теории конформных алгебр является следующий: вложима ли любая конформная алгебра Ли конечного типа в ассоциативную конформную алгебру? Без условия конечности ответ на этот вопрос отрицательный (М.Ройтман, 2000). Мы рассматриваем более сложный вопрос, ответ на который позволил бы свести изучение вертексных алгебр с конечным числом порождающих полей к изучению алгебр матриц над кольцом многочленов: имеет ли конформная алгебра Ли конечного типа точное представление конечного типа? Любая конформная алгебра петель над конечномерной алгеброй Ли имеет такое представление в силу классической теоремы Адо. М.Ройтман (2005) показал, что ответ положительный для нильпотентной конформной алгебры. Мы доказываем, что любая конформная алгебра Ли, разрешимый радикал которой отщепляется и полупростая часть представляет собой алгебру петель над обычной полупростой алгеброй Ли (т.е. не содержит элементов Вирасоро), вкладывается в конформую алгебру петель над конечномерной алгеброй Ли и, следовательно, имеет точное представление конечного типа.

P.S. Kolesnikov, On finite representations of conformal algebras J. Algebra, 331 (2011), 169-193.

6. Завершена классификация конечных простых групп, набор порядков элементов (спектр) которых совпадает со спектром некоторой разрешимой группы. Построен первый пример конечной простой группы со связным графом простых чисел, однозначно определяемой по этому графу среди всех конечных групп.

(В.н.с., д.ф.-м.н. А.В.Заварницин, тел. 363-45-40)

Спектром конечной группы G называется множество натуральных чисел n таких, что в G найдётся элемент порядка n. Группы с одинаковым спектром называются изоспектральными. Известно, что проблема классификации простых неабелевых групп, изоспектральных некоторой разрешимой группе, сведена к вопросу существования разрешимой группы, изоспектральной простой группе PSp(4,3). Предложена явная конструкция матричной группы степени 17, определённой над полем из трёх элементов, которая имеет порядок 5648590729620, является разрешимой и спектр которой совпадает со спектром PSp(4,3).

Графом простых чисел конечной группы G называется граф Γ(G), вершинами которого являются простые делители порядка G, в котором два различных простых числа p и q соединены ребром тогда и только тогда, когда в G найдётся элемент порядка pq. Группа G называется распознаваемой (по графу), если для произвольной группы H равенство графов с отмеченными вершинами Γ(G)=Γ(H) влечёт изоморфизм групп G и H. Примерами распознаваемых групп являются спорадические простые группы J1, J4, M22, M23, M24, Co2 и исключительные группы лиева типа G2(7), 2G2(q), q>3. Все до сих пор известные распознаваемые группы обладали несвязным графом простых чисел. Используя теорию представлений алгебраических групп, доказано, что простая группа PSL(16,2), которая имеет связный граф, является распознаваемой.

А.В.Заварницин, Разрешимая группа, изоспектральная группе S(4,3) // Сиб. Матем. Журн. 2010. Т. 51, No.1. С. 26-31.
A.V.Zavarnitsine, Uniqueness of the prime graph of L(16,2) // Sib. Elect. Math. Reports 2010. V. 7. P. 119-122.

7. Доказано, что нильпотентная длина конечной группы, допускающей фробениусову группу автоморфизмов с ядром без неподвижных точек, совпадает с нильпотентной длиной централизатора её дополнения.

(В.н.с., д.ф.-м.н., Е.И.Хухро)

Если конечная группа G допускает фробениусову группу автоморфизмов FH с ядром F без неподвижных точек, то она разрешима (Беляев–Хартли+CFSG). Из теоремы Клиффорда вытекает, что все элементарные абелевы FH-инвариантные секции в G являются свободными H-модулями — поэтому возникает общая гипотеза, что многие свойства группы G близки к соответствующим свойствам централизатора C(H). Получены ограничения на порядок и секционный ранг группы G в терминах |H| и, соответственно, порядка и ранга C(H), вытекающие из когомологического результата о том, что неподвижные точки группы H в FH-инвариантных секциях накрываются её централизатором в G. На основе более сложного использования теоремы Клиффорда доказано, что нильпотентная длина G совпадает с нильпотентной длиной C(H), если порядки G и H взаимно просты. Из нильпотености C(H) получена нильпотентность G даже без условия взаимной простоты порядков.

Хухро Е. И. Неподвижные точки дополнений фробениусовых групп автоморфизмов //СМЖ, 2010, т.51, № 3, с.694-699.
Хухро Е. И. Нильпотентная длина конечной группы, допускающей фробениусову группу автоморфизмов с ядром без неподвижных точек // Алгебра и логика, 2010, т. 49, № 6, с. 819–833.

8. Доказано, что кристаллографическая группа движений псевдоевклидова пространства однозначно задаёт свою решётку трансляций как абстрактная группа, если размерность максимального изотропного подпространства не более двух. Показано, что если размерность больше двух, то это, вообще говоря, неверно.

(С.н.с., к.ф.-м.н. В.А.Чуркин, 363-45-41)

Р.М. Гарипов предложил эффективный алгебраический метод классификации кристаллографических групп движений евклидова пространства, основанный на ослабленной теореме Бибербаха. Он доказал её аналог в случае пространств Минковского (индекс 1) и описал все группы некоторых кристаллографических классов для пространств Минковского малых размерностей. Его вопрос о справедливости аналога ослабленной теоремы Бибербаха в случае произвольных псевдоевклидовых пространств оставался нерешённым.
В представленной публикации получены следующие результаты:
<u>Теорема 1</u>. Если группа поворотов кристаллографической группы движений псевдоевклидова пространства не содержит нормальной свободной абелевой подгруппы конечного ранга, большего двух, которая действует тождественно на подходящем изотропном подпространстве и на фактор-пространстве по нему, то решётка в такой кристаллографической группе единственна.
<u>Теорема 2</u>. Кристаллографическая группа движений псевдоевклидова пространства индекса не более двух содержит единственную решётку.
<u>Теорема 3</u>. Если индекс псевдоевклидова пространстве больше двух, то существует кристаллографическая группа движений этого пространства, содержащая по крайней мере две различные решётки, которые меняются местами походящим автоморфизмом группы.
Если индекс равен 3 или не менее 5, то эти решётки можно выбрать так, чтобы коранг их пересечения в каждой был равен индексу. Если индекс равен 4, то эти решётки можно выбрать так, чтобы коранг их пересечения в каждой был равен 3.
<u>Теорема 4</u>. В кристаллографической группе движений псевдоевклидова пространства с двумя различными решётками одинакового ранга коранг их пересечения в каждой решётке может принимать любые натуральные значения, кроме чисел 1, 2 и 4.

В.А. Чуркин, Ослабленная теорема Бибербаха для кристаллографических групп в псевдоевклидовых пространствах, Сибирский матем. журнал, 2010, Т. 51, N 3, С. 700-714.

9. Доказаны теоремы об эквивалентности разных определений координатной алгебры для алгебраических множеств систем уравнений над любыми алгебраическими системами, сигнатура которых содержит как алгебраические операции, так и предикаты.

(Гл.н.с., д.ф.-м.н. В.Н. Ремесленников, к.ф.-м.н. Э.Ю.Даниярова (ОФИМ СО РАН))

Сформулированные теоремы позволяют изучать множества решений систем уравнений и их координатные алгебры для любой алгебраической системы как методами теории моделей, так и алгебраическими и геометро-топологическими методами.

Даниярова Э.Ю., Мясников А.Г., Ремесленников В.Н. Универсальная алгебраическая геометрия // ДАН, 2011, том 439, №6, с. 730-732.
Daniyarova E., Miasnikov A., Remeslennikov V., Unification theorems in algebraic geometry, Algebra and Discrete Mathematics, 1 (2008), 80-112.
Daniyarova E., Myasnikov A., Remeslennikov V. Algebraic Geometry Over Algebraic Structures III: Equationally Noetherian Property and Compactness, Southeast Asian Bulletin of Mathematics (2011) 35, 35-68.
Даниярова Э.Ю., Мясников А.Г., Ремесленников В.Н. Алгебраическая геометрия над алгебраическими системами. IV. Эквациональные области и кообласти, Алгебра и логика, 49:6 (2010), 715–756.

10. Получен критерий существования римановой метрики на круге, оператор Дирихле-Неймана которой совпадает с заранее заданным линейным оператором, действующим на окружности.

(Г.н.с., д.ф.-м.н. В.А.Шарафутдинов, 363-46-34)

Геометрическая задача электроимпенданснoй томографии состоит в восстановлении римановой метрики на компактном многообразии с краем по заданному на краю оператору Дирихле-Неймана (ДН-оператору). Доказывается теорема существования, описывающая все операторы на окружности, которые являются ДН-операторами римановых метрик на круге. Кроме того приводится новое элементарное доказательство теоремы единственности: риманова метрика на двумерном круге определяется своим ДН-оператором однозначно, с точностью до конформной эквивалентности.

Шарафутдинов В. А. - Геометрическая задача электроимпедансной томографии в круге // Сибирский математический журнал, 2011, Т. 52, Н. 1, 223-238.

11. Установлено, что максимальное абелево накрытие трёхмерного геометрического орбифолда является многообразием тогда и только тогда, когда сингулярное пространство орбифолда является рёберно-двусвязным графом.

(Зав.лабораторией, д.ф.-м.н. А.Д.Медных совместно с Р.Идальго (Чили))

Предложен новый метод описания максимальных абелевых накрытий трёхмерных геометрических орбифолдов. Установлены необходимые и достаточные условия, при которых указанное накрытие является многообразием. Это имеет место в точности тогда, когда сингулярное пространство орбифолда является рёберно-двусвязным графом. Ранее, аналогичный критерий был известен лишь для многогранников Коксетера. Хорошо известно, что максимальные абелевы накрытия римановых поверхностей являются лиувилливыми многообразиями. То есть, на них нет непостоянных ограниченных гармонических функций. Это даёт дополнительную возможность использовать аппарат теории функций для исследования трёхмерных многообразий и орбифолдов.

Идальго Р.А. Медных А.Д. Геометрические орбифолды со свободным от кручения коммутантом // Сиб. Мат. журн., 2010. Т.51, № 1. С. 48-61.

12. Для пространств Карно-Каратеодори, базисные векторные поля которых принадлежат классу $C^{1,\alpha}$, $\alpha>0$, доказана теорема Громова о сходимости масштабированных векторных полей к нильпотентизированным, получена локальная аппроксимационная теорема для метрик Карно-Каратеодори и Ball-Box теорема о локальной билипшицевой эквивалентности метрики Карно-Каратеодори и «боксовой» квазиметрики.

(С.н.с., к.ф.-м.н. М.Б.Карманова, тел. 363-45-15)

Получено представление базисных векторных полей через нильпотентизированные поля, кроме того, найдена зависимость коэффициентов разложения от риманова расстояния до центра локальной группы. Этот результат использован как при доказательстве теоремы Громова для случая $C^{1,\alpha}$-гладких базисных векторных полей о сходимости масштабированных векторных полей к нильпотентизированным (определяющим структуру алгебры Ли и группы Ли), так и при доказательстве локальной билипшицевой эквивалентности метрики Карно – Каратеодори и “боксовой” квазиметрики, и ряда других геометрических результатов.

Карманова М.Б. Сходимость масштабированных векторных полей и локальная аппроксимационная теорема на пространствах Карно-Каратеодори и приложения // Докл. АН, 2011, Т. 440, No. 6, С. 736-742.

13. Для достаточно широкого класса r-гладких базисных векторных полей получены необходимые и достаточные условия для того, чтобы некоторые анизотропные метрические функции, индуцированные этими векторными полями, являлись квазиметриками.

(С.н.с., к.ф.-м.н. А.В.Грешнов)

Напомним, что функция $d:A\times A\to\{R^{+},0\}$, где A – некоторое множество, называется квазиметрикой, если:
1) величина d(u,v) больше либо равна 0 (аксиома неотрицательности); d(u,v)=0 тогда и только тогда, когда u=v (аксиома тождества);
2) $d(u,v) \le c_1\, d(v,u)$ для некоторой константы c_1, не зависящей от выбора u,v; в случае, когда $c_1=1$, говорят, что d удовлетворяет аксиоме симметричности;
3) $d(u,v) \le c_2\, (d(u,w)+d(w,v))$ для некоторой константы c_2, не зависящей от выбора u,v,w (обобщённое неравенство треугольника).
В R^N найдены необходимые и достаточные условия на базисные векторные поля $X_1,\dots,X_N$ достаточной степени гладкости для того, чтобы метрические функции $d_\alpha(u,v)=\max\{|a_i|^{1/\alpha_i}, i=1,...,N\}$, где $v=\exp(a_1X_1+...a_NX_N)(u)$, a_i=const, и где координаты положительного N-мерного вектора $\alpha=(\alpha_1,...,\alpha_N)$ упорядочены по возрастанию и больше либо равны 1, удовлетворяли обобщённому неравенству треугольника.

Грешнов А.В. Об обобщённом неравенстве треугольника для квазиметрик, индуцированных некоммутирующими векторными полями // Мат. труды. 2011. Т. 14, № 1. С. 70-98.

14. Уточнены оценки скорости сходимости в эргодических теоремах фон Неймана и Биркгофа.

(С.н.с., д.ф.-м.н. А.Г.Качуровский, аспирант В.В. Седалищев, тел. 363-46-46)

Получены оценки скорости сходимости в эргодической теореме фон Неймана, вытекающие из асимптотической эквивалентности друг другу степенной скорости сходимости в этой теореме, и степенной же (с тем же показателем степени) особенности в нуле спектральной меры усредняемой функции относительно соответствующей динамической системы. Эта же скорость сходимости оценена также через корреляционные коэффициенты. Отдельно рассмотрены важные для возможных приложений частные случаи степенной и экспоненциальной скорости убывания корреляционных коэффициентов. Получены оценки скорости сходимости в эргодической теореме Биркгофа по известной скорости сходимости в теореме фон Неймана. Исследованы константы всех полученных оценок.

Качуровский А.Г., Седалищев В.В. - Константы оценок скорости сходимости в эргодических теоремах фон Неймана и Биркгофа // Мат. сборник, 2011. Т. 202, № 8. С. 21--40.

15. Доказано, что система квазилинейных дифференциальных уравнений, эквивалентная условию существования полиномиального по импульсам интеграла геодезического потока на двумерном торе, является полугамильтоновой. Также доказано, что в эллиптической области интегралы третьей и четвертой степени сводимы к интегралам первой или второй степени.

(С.н.с., д.ф.-м.н. А.Е.Миронов совместно с М.Бялым (Израиль))

А.Е. Мироновым (совместно с М. Бялым, Тель-Авив) доказано, что система квазилинейных дифференциальных уравнений, эквивалентная условию существования полиномиального по импульсам интеграла геодезического потока на двумерном торе, является полугамильтоновой, т.е. в гиперболической области эта система записывается в инвариантах Римана, а также в виде законов сохранения. Такие системы интегрируемы обобщённым методом годографа. Также доказано, что в эллиптической области интегралы третьей и четвертой степени сводимы к интегралам первой или второй степени.

M. Bialy, A. Mironov - Cubic and quartic integrals for geodesic flow on 2-torus via system of hydrodynamic type // Nonlinearity. 2011. V. 24. P. 3541-3554.
M. Bialy, A. Mironov - Rich quasi-linear system for integrable geodesic flows on 2-torus // Discrete and Continuous Dynamical Systems - Series A. 2011. V. 29. N. 1. P. 81-90.

16. Получены оценки устойчивости решений в обратных задачах об определении ядер интегро-дифференциальных уравнений электродинамики (с учётом дисперсии) и уравнений вязкоупругости.

(Зав.лабораторией, чл.-к. РАН В.Г.Романов)

При рассмотрении процессов распространения электромагнитных, акустических и упругих волн во многих случаях необходимо учитывать предысторию процесса (память среды). Для электромагнитных волн это связано с явлением дисперсии волн, а для звуковых и упругих волн с эффектом вязкости среды. Математически учёт этих эффектов связан с появлением в дифференциальных уравнениях интегральных слагаемых типа оператора свёртки с ядром, отвечающим "памяти среды". Определение ядер интегральных операторов по наблюдаемой на границе области информации о решениях соответствующих уравнений представляет собой новый класс обратных задач. Проведено их исследование для интегро-дифференциальных уравнений электродинамики и упругости. Несмотря на различие этих уравнений, постановки для них обратных задач и методы их исследования во многом схожи. Это позволяет проводить их изучение с единых позиций. Найдены липшицевы оценки условной устойчивости решений ряда обратных задач для уравнений электродинамики, учитывающих дисперсию волн, и для уравнений вязкоупругой среды. Результаты докладывались на международных научных конференциях в Гетеборге (Швеция), Москве, Екатеринбурге, Якутске, Владивостоке.

Романов В.Г. Оценка устойчивости решения в задаче об определении ядра уравнения вязкоупругости. // Неклассические уравнения математической физики. Сб. науч. работ. Новосибирск: Изд-во Ин-та математики, 2010, 246 - 253.
Романов В.Г. Оценка устойчивости решения задачи об определении ядра в интегро-дифференциальных уравнениях электродинамики. // Доклады АН. 2011. Т. 439, № 4, 451-455.
Романов В.Г. Задача об определении ядра уравнений электродинамики для дисперсных сред. // Доклады АН. 2011. Т. 440, № 1, 21-24.
Романов В.Г. Оценка устойчивости решения в обратной задаче электродинамики. // Сибирский матем. журн . 2011. Т. 52, № 4, 861-875.
Романов В.Г. Двумерная обратная задача вязкоупругости. // Доклады АН. 2011. Т. 440, № 3, 310-313.
Романов В.Г. Трёхмерная обратная задача вязкоупругости. // Доклады АН. 2011. Т. 441, № 4, 435-438.
Романов В.Г. Обратные задачи для интегро-дифференциальных уравнений электродинамики и вязкоупругости. // Сибирские электр. матем. известия. 2011, Т. 8, С.160-С.171.

17. Для классов нелинейных динамических систем дано описание их фазовых портретов и найдены условия существования циклов. Полученные результаты использованы при моделировании генных сетей.

(Г.н.с., д.ф.-м.н. В.П.Голубятников, к.ф.-м.н. Ю.А.Гайдов, 36-34-564)

Для нечётномерных нелинейных динамических систем, моделирующих генные сети, регулируемые только отрицательными обратными связями, на основе сопоставления непрерывных моделей с дискретными получены условия существования циклов и условия существования устойчивых циклов, дано геометрическое описание инвариантных окрестностей циклов. Указаны возможные обобщения этих результатов на чётномерные модели генных сетей и на модели, имеющие также и положительные обратные связи. Для таких непрерывных трёхмерных моделей, регулируемых комбинациями положительных и отрицательных обратных связей, получены достаточные условия существования циклов, а также условия существования устойчивых циклов, описаны фазовые портреты, перечислены все стационарные точки, и указан характер поведения траекторий в окрестностях этих точек.
Исследован фазовый портрет нелинейной динамической системы, моделирующей процессы исправления вызванного радиационным излучением повреждения ДНК. Установлена взаимосвязь уровня этого повреждения и топологического индекса стационарной точки проекции фазового потока этой системы на плоскость, соответствующую концентрациям основных компонент генной сети, регулирующей эти процессы.
Для моделей подобных генных сетей, регулируемых комбинациями положительных и отрицательных обратных связей, установлены аналитические условия существования периодических траекторий соответствующих динамических систем. Получены также и условия устойчивости этих циклов, и для некоторых моделей генных сетей получены оценки количества циклов. Исследован фазовый портрет нелинейной динамической системы, моделирующей один центральный регуляторный контур ранней стадии развития плодовой мушки Drosophila Melonogaster.

Бухарина Т.А., Голубятников В.П., Голубятников И.В., Фурман Д.П. Математическое моделирование первой фазы морфогенеза механо- рецепторов D.melanogaster. Сиб. Журн. Индустр. математики. 2011, Т. 14, N 4, с. 14 – 19.
Golubyatnikov V.P., Golubyatnikov I.V. On periodic trajectories in odd-dimensional gene networks models. Russian Journal of Numerical Analysis and Mathematical Modeling. 2011, v. 26, N 4, p. 397– 412.
Golubyatnikov V.P., Gaidov Yu.A. On the Existence and Stability of Cycles in Gene Networks with Variable Feedbacks. Contemporary mathematics, 2011, V. 533. p. 61 – 74.
Golubyatnikov V.P., Mjolsness E., Gaidov Yu.A. A model of p53-dynamics triggered by DNA damage and its topological index. Вестник Вавиловского общества генетиков и селекционеров. 2009. т .13 . №. 1, с. 160-163.
Голубятников В.П., Голубятников И.В., Лихошвай В.А. О существовании и устойчивости циклов в пятимерных моделях генных сетей. Сибирский Журнал Вычислительной Математики. Т. 13, N 4, 2010. С. 403 – 411.
Гайдов Ю.А., Голубятников В.П., Лихошвай В.А. О некоторых нелинейных динамических системах, моделирующих несимметричные генные сети. 2. Вестник Новосибирского Государственного университета. Серия: «Математика, Механика, Информатика» Т.10, N 1, 2010. С. 18 – 28.

18. Создан метод определения частных индексов матрицы-функции, которая обладает определёнными свойствами симметрии. Актуальность проблемы вызвана тем, что в теории факторизации

(задача Римана) не существует метода вычисления частных индексов матрицы-функции достаточно общего вида.

(С.н.с., к.ф.-м.н. А.Ф.Воронин)

Задаче факторизации более ста лет, она поставлена Гильбертом в 1905 г. Кроме того, проблема факторизации, ввиду широких приложений, является наиболее востребованной задачей комплексного анализа. Много различных задач сводится к проблеме факторизации (к задаче Римана). В свою очередь, корректность задачи Римана полностью определяется частными индексами её матричного коэффициента G(t). В частности, если матрица-функция G(t) допускает каноническую факторизацию, т.е. все её частные индексы равны нулю, то задача Римана корректно разрешима, решение существует, единственно и устойчиво относительно всех коэффициентов задачи. Поэтому, для нахождения области корректности задачи Римана (и сводимых к ней задач) весьма важно уметь вычислять частные индексы матрицы-функции.
Для формулировки проблемы положим FM - Фурье образ квадратной матрицы-функции (порядка n) M(t), $t \in R$ с элементами из $L_1(R)$; W^{nxn} -алгебра Винера непрерывных матриц-функций вида C+FM, где C - постоянная матрица порядка n; W_+^{nxn} (W_-^{nxn}) - подалгебра в W^{nxn}, состоящая из матриц-функций вида C+FM таких, что M(t)=0 при t<0 (при t>0). Если A - некоторая алгебра, то через GA обозначим группу из обратимых элементов в A. Известно, что матрица G(t), $t \in R$, где $G \in GW^{nxn}$ допускает стандартную факторизацию, т.е. она представляется в виде следующего произведения матриц:

$$G(x)=G_+(x)D(x)G_-(x), \quad x \in R, \qquad (1)$$

где $G_\pm \in GW_\pm^{nxn}$, $D(x)=diag(p^{k_1},\dots,p^{k_n})$, p=(x-i)/(x+i), $k_1,\dots,k_n$ - частные индексы матрицы G (целые числа). Причём, частные индексы для каждой матрицы $G \in GW^{nxn}$ единственны.
Под проблемой факторизации матрицы G(t) будем понимать задачу нахождения матриц-функций $G_\pm$ и чисел $k_1,\dots,k_n$ в разложении (1). К настоящему времени, для матрицы общего вида G(t) не существуют методов вычисления её частных индексов $k_1,\dots,k_n$ (и матриц-функций $G_\pm$). Имеющиеся доказательства существования разложения (1) неконструктивны - содержат метод от противного.
Результат Воронина А.Ф. состоит в создании метода определения частных индексов матрицы $G \in GW^{nxn}$, при условии, что последняя обладает определённым свойством симметрии. Основу метода составляет, предложенный автором критерий канонической факторизации. С помощью предлагаемого метода автором получены не известные ранее эффективные достаточные условия существования канонической факторизации в следующих симметричных классах матриц-функций: унитарных, эрмитовых, ортогональных, круговых, симметрических и др.

А.Ф. Воронин. Метод определения частных индексов симметричных матриц-функций // Сиб. матем. журнал, 2011, т. 52, № 1, с. 54--69.
А.Ф. Воронин. О методе определения частных индексов симметричных матриц-функций// Докл. АН, 2011, т. 437, № 4, с. 448--451.

19. Доказана разрешимость в классе липшицевых функций одномерных регулярных задач минимизации с достаточно близкими липшицевыми препятствиями. Как следствие, решена проблема Улама.

(С.н.с., к.ф.-м.н., М.А.Сычев, 363-45-95)

Установлена новая теорема о классической разрешимости в малом для одномерных вариационных задач. Оказалось, что в задаче с препятствиями при достаточно близких липшицевых препятствиях решение всегда существует в классе липшицевых функций. Более того, это решение непрерывно дифференцируемо, если препятствия также непрерывно дифференцируемы. Если производные препятствий ограничены в гельдеровской норме, то производные решений также ограничены в некоторой норме Гельдера. Как следствия получены некоторые новые результаты о поведении локальных минимумов задач минимизации. При этом предполагается, что интегранд гельдеров на компактах и выполнено условие локальной эллиптичности по производной пробных функций. Доказано, что любой слабый локальный минимум является также и сильным локальным минимумом. Решена проблема Улама, состоящая в том, что если исходная задача имеет локальный минимум, то у задач минимизации с интеграндами, близкими к исходному в C-норме, также есть локальные минимумы, причём локальные минимумы аппроксимирующих задач сходятся вместе с производными в C-норме к решению исходной задачи. Показано также, что если у уравнения Эйлера есть два непересекающихся достаточно близких решения, то для задач минимизации с граничными условиями, лежащими между этими решениями, найдётся локальный минимум соответствующего функционала. Получена оценка C-нормы производных локальных минимумов через C-норму производных указанных решений уравнения Эйлера. Последний результат уточняет классическое условие Якоби существования локального минимума.

M.A. Sychev – Another theorem of classical solvability “in small” for one-dimensional variation problems // Archive Ration. Mech. Anal., 202 (2011), 269–294.

20. Доказаны прямые и обратные предельные теоремы, устанавливающие связи между решениями классов систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений высокой размерности и обобщёнными решениями уравнений с запаздывающим аргументом.

(Зав.лабораторией, д.ф.-м.н. Г.В.Демиденко, с.н.с., к.ф.-м.н. И.И.Матвеева, аспирант И.А.Мельник совместно с А.А.Лихошваем (ИЦиГ СО РАН))

В цикле работ [1-9] проводились исследования связей между классами систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений высокой размерности и дифференциальными уравнениями с запаздывающим аргументом. Разработан метод сравнения, позволяющий устанавливать новые связи между решениями таких систем и уравнений. Доказан ряд предельных теорем, из которых вытекает, что компоненты решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений высокой размерности можно находить приближённо, используя обобщённые решения уравнений с запаздывающим аргументом со специальными начальными данными. Получены локальные оценки аппроксимации. Порядок аппроксимации существенно зависит от размерности систем, характера нелинейности и длины временного интервала. Изучены условия на нелинейные правые части систем, при которых удаётся получить глобальные оценки аппроксимации решений систем высокой размерности решениями уравнений с запаздывающим аргументом. На основе предельных теорем и оценок аппроксимации с использованием свойств вейвлет Хаара доказаны теоремы об аппроксимации произвольных решений уравнений с запаздывающим аргументом решениями специальных классов систем обыкновенных дифференциальных уравнений высокой размерности. Тем самым установлен ряд прямых и обратных предельных теорем, показывающих тесную связь некоторых классов систем обыкновенных дифференциальных уравнений высокой размерности и дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.

1.*Демиденко Г.В., Лихошвай В.А., Мудров А.В.* О связи между решениями дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом и бесконечномерных систем дифференциальных уравнений // Дифф. уравнения. 2009. Т. 45, № 1.
2.*Матвеева И.И., Попов А.М.* О свойствах решений одной системы, возникающей при моделировании многостадийного синтеза вещества // Вестник НГУ. Серия: Математика, механика, информатика. 2009. Т. 9, вып. 3.
3.*Matveeva I.I.* On properties of solutions to a system of differential equations with a parameter // Journal of Analysis and Applications. 2009. V. 7, No. 2.
4.*Демиденко Г.В., Мельник И.А.* Об одном способе аппроксимации решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом // Сибирский математический журнал. 2010. Т. 51, № 3.
5.*Demidenko G.V., Kotova T.V.* Limit properties of solutions to one class of systems of differential equations with parameters // Journal of Analysis and Applications. 2010. V. 8, No. 2.
6.*Demidenko G.V., Likhoshvai V.A., Mel'nik I.A.* On properties of solutions to equations of multistage substance synthesis // Journal of Analysis and Applications. 2010. V. 8, No. 1.
7.*Демиденко Г.В.* О классах систем дифференциальных уравнений высокой размерности и уравнениях с запаздывающим аргументом // Труды Международной научной конференции «Теория операторов. Комплексный анализ и математическое моделирование» / Итоги науки. Юг России. Сер.: Математический форум. Т. 5. Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН и РСО-А, 2011.
8.*Мельник И.А.* Об одной нелинейной системе дифференциальных уравнений, моделирующей многостадийный синтез вещества // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2011. Т. 16, вып. 5.

21. Классическое экспоненциальное неравенство Чебышёва для распределений случайных величин обобщено на многомерный и бесконечномерный случаи.

(Советник РАН, академик А.А.Боровков, тел. 363-45-89, д.ф.-м.н. А.А.Могульский, тел. 363-45-71)

Найдена форма, в которой экспоненциальное неравенство Чебышёва распространяется на распределения случайных векторов, их суммы и на распределения траекторий случайных процессов. Обобщённые неравенства представляют самостоятельный интерес и являются важным аналитическим инструментом. В частности, они играют важную роль в доказательстве современных обобщённых версий принципа больших уклонений для траекторий случайных блужданий.

А.А.Боровков, А.А. Могульский. Экспоненциальные неравенства чебышевского типа для сумм случайных векторов и для траекторий случайных блужданий. Теория вероятностей и её применения. 2011. Т. 56, вып. 1. С. 3-29.

22. Опубликована монография, подводящая итоги исследований по разработке теории медленно убывающих распределений. Получен ряд новых результатов, в частности (а) доказаны новые характеризационные свойства различных подклассов класса субэкспоненциальных распределений; (б) найден общий подход к доказательству основных свойств субэкспоненциальных распределений; (в) существенно расширен спектр утверждений для максимума случайного блуждания с отрицательным сносом.

(В.н.с., д.ф.-м.н. С.Г.Фосс, тел. 363-45-94, в.н.с., д.ф.-м.н. Д.А.Коршунов, тел. 363-45-78)

Предлагаемый цикл работ посвящён исследованию классов вероятностных распределений, которые характеризуются медленным убыванием на бесконечности. Эти распределения играют важную роль в актуарной и финансовой математике, энергетических системах, при изучении сложных стохастических систем, в том числе (теле) коммуникационных сетей. В этот цикл входит несколько статей и завершающая исследования монография, опубликованная в издательстве Springer. Авторы проводят систематическое и комплексное изучение основных классов медленно убывающих распределений. Кроме того, полученные в последние годы результаты помогают чётко очертить границы применимости различных общих методов в данном направлении исследований, позволяют упростить и сократить многие известные доказательства и, в перспективе, указывают на возможные подходы в исследованиях многомерных моделей.

S. Foss, D. Korshunov, S.Zachary. Convolutions of long-tailed and subexponential distributions. Journal of Applied Probability, 2009, V.46, P. 756-767.
D. Denisov, S. Foss, D. Korshunov, Asymptotics of randomly stopped sums in the presence of heavy tails. Bernoulli, 2010, V.16, P. 971-994.
S. Foss, D. Korshunov, S. Zachary, An Introduction to Heavy-Tailed and Subexponential Distributions. Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 2011.

23. Получены достаточные условия комонотонной или ковыпуклой интерполяции классическими кубическими сплайнами.

(Н.с. В.В.Богданов, тел. 363-46-55)

Рассматривается задача интерполяции сеточной функции с условием сохранения характера её кусочной монотонности или выпуклости. Часто в практических задачах геометрические или физические соображения требуют, чтобы сплайн, интерполируя данные, был монотонным (выпуклым) на каждом промежутке монотонности (выпуклости) данных, за исключением, может быть, тех интервалов сетки, которые непосредственно примыкают к концам этих промежутков. Тогда говорят, что сплайн сохраняет кусочную монотонность (выпуклость) данных, или является комонотонным (ковыпуклым). Решение задачи основано на представлении первой (второй) производной интерполяционного кубического сплайна в виде разложения по B-сплайнам второй (первой) степени и получении условий нужной знаковой схемы в последовательности коэффициентов разложения. В данном случае удалось получить условия наследования знаковой схемы вектора правой части вектором решения трёхдиагональной системы линейных уравнений. При этом был использован подход Ю.С.Завьялова получения достаточных условий положительности решения трёхдиагональной системы с нестрого якобиевой матрицей с диагональным преобладанием. Предложена более простая схема доказательства, подходящая и для случая, рассмотренного Ю.С.Завьяловым. Найдены достаточные условия комонотонной и ковыпуклой интерполяции, выраженные в виде легко проверяемых ограничений на поведение соответственно первых или вторых разделённых разностей от исходных данных. Эти условия позволяют, во-первых, априорно, без построения сплайна выяснить будет ли кубический сплайн комонотонным или ковыпуклым и, во-вторых, локализовать те участки данных, которые могут быть причиной нарушения ковыпуклости или комонотонности сплайна.

Волков Ю.С., Богданов В.В., Мирошниченко В.Л., Шевалдин В.Т. Формосохраняющая интерполяция кубическими сплайнами // Матем. Заметки. 2010. Т.88, № 6. С. 836-844.
Богданов В.В. Достаточные условия комонотонной интерполяции кубическими сплайнами класса C^2 // Математические труды. – 2011. – Т. 14, № 2. – С. 3-13.
Богданов В.В. Комонотонная интерполяция кубическим сплайном в случае одной перемены направления монотонности // Методы сплайн-функций. Росс. конф., посвящённая 80-летию со дня рождения Ю.С.Завьялова: Тез. докладов. – Новосибирск, ИМ СО РАН. – 2011. – С. 20-21.

24. Разработана новая методика численного моделирования упруго-пластических деформаций под воздействием взрывных нагрузок. Проведённые расчёты выявили, что одной из причин волнообразования при сварке взрывом является кривизна лагранжевой метрики, вкладываемой в эйлерово координатное пространство. Дано объяснение появлению этой кривизны.

(Советник РАН, академик С.К.Годунов, тел. 363-45-54, н.с., к.ф.-м.н. И.М.Пешков, тел. 363-46-19)

S.K. Godunov. les équations Symétriques hyperboliques et la thermodynamique// Séminaire de Mécanique des Fluides Numérique. Institut Henri Poincaré. Edition 2008. p. 1-27. http://www-mecaflu.cea.fr/streaming/domain20/2008/03/m348/index.html
С.К. Годунов. И.М. Пешков. К симметризации нелинейной системы уравнений газовой динамики. Сиб. Мат журнал, 2008, т.49, №5, с. 1046-1053.
S.K. Godunov and I.M. Peshkov. Symmetric Hyperbolic Equations in the Nonlinear Elasticity Theory // Computation Mathematical Physics, 2008, Vol. 48, № 6, pp. 975-995.
S. K. Godunov and I. M. Peshkov. Thermodynamically Consistent Nonlinear Model of Elastoplastic Maxwell Medium// ISSN 0965_5425, Computational Mathematics and Mathematical Physics, 2010, Vol. 50, No. 8, pp. 1409–1426.
С.К. Годунов. Thermodynamically consistent hyperbolic systems // Sixth International Conference on Computation Fluid Dynamics (ICCFD). 2010, p. 23. (July 12-16. 2010, St. Petersburg, Russia. Plenary Lecture)

И.М. Пешков. Модель анизотропного гиперупругого твёрдого тела // X Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 24-30 августа, Нижний Новгород. 2011.
И.М. Пешков. Схема Годунова для модели гиперупругого материала с поливыпуклой функцией запасённой энергии // XIII Международный семинар "Супервычисления и математическое моделирование", 3-7 октября, Саров, 2011.

25. Для многорегиональных экономических систем достаточно общего вида установлено, что для совпадения множеств равновесных планов Вальраса и Эджворта достаточно строгой автаркичности и ненасыщенности таких систем.

(Гл.н.с., д.ф.-м.н. В.А.Васильев, тел. 363-46-36 совместно с В.И.Сусловым (ИЭОПП СО РАН))

Исследованы условия существования неблокируемых состояний для одного класса моделей, излучавшихся в ряде работ по многорегиональным экономическим системам. Дано описание кооперативных игр, ассоциированных с такими моделями, и осуществлена редукция некоторых вопросов коалиционной стабильности планов развития регионов к соответствующим задачам теоретико-игрового анализа. С использованием классической теоремы Скарфа о непустоте ядер кооперативных игр установлены достаточно простые условия существования неблокируемых состояний изучаемых моделей межрегионального экономического взаимодействия. Важную роль в реализации используемого подхода играет линейность рассматриваемых моделей и вытекающая из неё полиэдральность множеств сбалансированных планов региональных коалиций. Построен аналог равновесия Эджворта для одного класса многорегиональных экономических систем. Выполнен анализ теоретико-игровых аспектов коалиционной стабильности планов развития регионов и установлена довольно общая теорема существования равновесий Эджворта. Обсуждены вопросы совпадения множества этих равновесий с нечётким ядром и множеством вальрасовских равновесий изучаемых многорегиональных систем.
Получено достаточно общее условие, гарантирующее существование равновесия Вальраса для моделей межрегионального взаимодействия с ограниченными множествами ресурсно-технологических возможностей участников. Это условие заключается в строгой автаркичности всех регионов, и в формальном плане является простым аналогом стандартного требования регулярности классического равновесного анализа. Помимо теоремы существования получена теорема эквивалентности, устанавливающая совпадение множества вальрасовских планов и нечётких ядер для широкого класса моделей взаимодействия. Изучены вопросы применения этой теоремы для отыскания условий существования равновесий Вальраса, не предполагающих ограниченности множеств ресурсно-технологических возможностей регионов.
Исследованы условия эквивалентности равновесий Вальраса и Эджворта для изученного класса многорегиональных экономических систем. Показано, что при строгой автаркичности и ненасыщенности таких систем имеет место совпадение их нечётких ядер и вальрасовских планов. Более того, используя представление равновесий Эджворта в виде элементов так называемого нечёткого Q-ядра, удаётся установить, что строгая автаркичность и ненасыщенность достаточны и для совпадения множеств равновесных планов Вальраса и Эджворта. В целом, полученные результаты подтверждают известную гипотезу Эджворта об асимптотической эквивалентности ядер и равновесий для многорегиональных экономических систем достаточно общего вида.

Васильев В.А., Суслов В.И. О неблокируемых состояниях многорегиональных экономических систем // Сибирский журнал индустриальной математики. Том XII, № 4(40), 2009, с.13-25.
Васильев В.А., Суслов В.И. Равновесие Эджворта в одной модели межрегиональных экономических отношений // Сибирский журнал индустриальной математики. Том XIII, № 1(41), 2010, с. 18-33.

26. Для математических моделей экономики типа Эрроу — Дебре — МакКензи показано, что договорной подход эффективно моделирует условия совершенной конкуренции и способен описывать известные классические понятия в совершенной экономике (равновесия, ядро, нечёткое ядро) в кооперативно-игровых терминах. Найдено договорное описание равновесия Линдаля, не апеллирующее к стоимостным параметрам, что разрешает классическую проблему индивидуальных цен.

(В.н.с., д.ф.-м.н. В.М.Маракулин, тел. 363-46-09)

Новая концепция доминирования, основанная на понятии менового (бартерного), а также производственного контракта (договора) предлагается для анализа математических моделей экономики типа Эрроу — Дебре — МакКензи. Наряду с возможностями заключать новые договоры, индивидуумы наделяются способностью рвать заключенные ранее контракты, причём возможен полный, частичный, асимметричный и т.д. разрыв. Далее понятие коалиционного доминирования переносится на системы (сети) договоров и, тем самым, на отвечающие им договорные распределения (состояния), чьи свойства стабильности исследуются. Показано, что этот договорной подход эффективно моделирует условия совершенной конкуренции и в его рамках можно описать ряд известных классических понятий — равновесия, ядро, нечёткое ядро и проч. — в кооперативно-игровых терминах. При этом договорная модель совершенной конкуренции гораздо проще известных ранее в литературе — реплики экономики и стягиваемость ядра к равновесию по Дебре и Скарфу, неатомическое пространство экономических агентов по Ауманну или нестандартный подход. Для несовершенных моделей, в которых не каждый контракт реализуем (разрешён), договор и договорной подход могут служить одним из первичных модельных элементов, что позволяет разрешать разнообразные теоретические проблемы. В том числе было предложено: 1) оригинальное договорное ядро для неполных (финансовых) рынков (наследуются свойства классического ядра рынка); 2) дано договорное описание равновесия Линдаля в модели с общественными благами, что успешно разрешает классическую проблему индивидуальных цен (в договорах деньги и цены не участвуют); 3) имеется договорное обоснование процесса выхода экономики на равновесие; 4) для модели с асимметрично информированными агентами предложено множество уточнений известных понятий равновесия и ряд новых договорных понятий ядра и равновесия с учётом динамики системы и её выхода на равновесие.

Контракты и доминирование в моделях конкурентной экономики // Журнал Новой Экономической Ассоциации, 9, Москва, 2011, с. 10–32,
Модели экономики с дифференцированной информацией: договорной подход — 2010, Консорциум экономических исследований и образования. Серия "Научные доклады", № 10/02E, 81 с.
Экономики с асимметрично информированными агентами: концепция предельной информации // Журнал Новой Экономической Ассоциации, 1–2, Москва, 2009, с. 62–85.

27. Доказаны оценки сложности вычисления булевых функций и систем булевых функций введёнными автором распределёнными схемами, моделирующими вычисления параллельными компьютерами с распределённой памятью.

(С.н.с., д.ф.-м.н Е.А.Окольнишникова)

Схемы, рассматриваемые в теории сложности, в той или иной степени моделируют работу вычислительных устройств. В статье представлен класс схем, моделирующих работу параллельных машин. Распределённые схемы, рассматриваемые в этой работе - простая модель, которая описывает вычисление параллельными машинами с распределённой памятью. Распределённая схема содержит ряд подсхем (процессоров). Каждая подсхема работает отдельно, но существует возможность обмениваться промежуточными результатами работы с другими подсхемами заранее предписанное число раз. Можно представить, что в эти моменты вся информация, вычисленная к этому моменту любой из подсхем, становится доступной всем подсхемам, и каждая из них может использовать эту информацию в своих дальнейших вычислениях. Показано, что существуют примеры последовательностей булевых функций, а также систем булевых функций, для которых даже разрешение однократного обмена информацией может существенно уменьшить сложность вычисления булевых функций распределёнными схемами. Тем не менее, при некоторых значениях параметров схем и реализуемых ими систем функций можно показать, что сложность вычисления схемами без обменов (0-распределенными схемами) почти всех систем булевых функций асимптотически совпадает со сложностью вычисления этой же системы булевых функций распределёнными схемами с любым числом разрешённых обменов.

Е.А.Окольнишникова. О распределённых схемах // Дискретный анализ и исслед. операций, 2011. Т. 18, № 6. С. 71–81.

28. Получена нижняя оценка числа бент-функций, установлена тесная связь задачи о числе бент-функций с проблемой декомпозиции булевых функций в сумму двух бент-функций.

(С.н.с., к.ф.-м.н Н.Н.Токарева)

Одним из основных открытых вопросов в области максимально нелинейных булевых функций (бент-функций) является вопрос об их количестве. Точное число бент-функций известно только для малого числа переменных n (n<10). Предложен подход к получению асимптотики числа всех бент-функций, основанный на анализе итеративных конструкций бент-функций. Показана тесная связь задачи о числе бент-функций с проблемой декомпозиции булевых функций в сумму двух бент-функций. Получена нижняя оценка числа итеративных бент-функций, которая предполагается асимптотически точной.

Tokareva N. On the number of bent functions from iterative constructions: lower bounds and hypotheses // Advances in Mathematics of Communications (AMC). 2011. V. 5, N 4. P. 609-621.
Tokareva N. Lower bounds on the number of bent functions // Proc. of Central European Conference on Cryptography, 2011 (Debrecen, Hungary, June 29-July 5). P. 60-61.
Токарева Н.Н. Гипотезы о числе бент-функций // Прикладная дискретная математика, 2011, приложение N 4, С. 21-23.

29. Доказано, что если все (n-2)- и (n-1)-мерные ретракты n-арной квазигруппы порядка p разделимы, то и сама квазигруппа является разделимой. Если число p является простым, то для разделимости n-арной квазигруппы достаточно разделимости всех её (n-1)-мерных ретрактов.

(С.н.с., к.ф.-м.н. Д.С.Кротов, с.н.с., к.ф.-м.н. В.Н.Потапов)

Обратимая по каждому из n своих аргументов функция называется n-арной квазигруппой. n-Арная квазигруппа называется разделимой, если она представляется в виде бесповторной суперпозиции квазигрупп меньшей арности (размерности), где порядок переменных в суперпозиции не обязан совпадать с исходным порядком аргументов квазигруппы. Подфункция n-арной квазигруппы, полученная фиксацией одной или нескольких переменных, является квазигруппой меньшей арности и называется ретрактом исходной n-арной квазигруппы. Доказано, что если все (n-2)- и (n-1)-мерные ретракты n-арной квазигруппы порядка p разделимы, то и сама квазигруппа является разделимой. Если число p является простым, то для разделимости n-арной достаточно разделимости всех её (n-1)-мерных ретрактов. В частности, отсюда следует, что любая n-арная квазигруппа порядка 5 или 7 является разделимой (при n>3), если все её бинарные ретракты изотопны группе.

Krotov D.S., Potapov V.N. On connection between reducibility on an n-ary quasigroup and that of its retracts // Discrete Math. 2011. V.311, N 1. P.58--66.

30. Доказана предписанная ациклическая 5-раскрашиваемость плоских графов, не содержащих 4-циклов.

(Зав.лабораторией, д.ф.-м.н. О.В.Бородин совместно с А.О.Ивановой (НИИ математики СВФУ))

Бородин (1979) доказал гипотезу Грюнбаума о том, что каждый плоский граф ациклически 5-раскрашиваем. Фогт (1994) построила плоский граф, который не является предписанно 4-раскрашиваемым, что контрастирует с известной теоремой о 4 красках (Аппель и Хакен, 1976). Томассен (1994) доказал, что 5 цветов для предписанной раскраски плоских графов достаточно. Оценка 5 в обоих случаях неулучшаема.
Бородин и др. (2002) высказали гипотезу, что каждый плоский граф предписанно ациклически 5-раскрашиваем и доказали, что 7 цветов достаточно. В пяти зарубежных работах она подтверждена для следующих классов плоских графов: без 3- и 4-циклов, без 4- и 5-циклов, без 4- и 6-циклов, без 4-циклов и хордальных 6-циклов, без 4-циклов и 3-циклов на расстоянии менее 3 друг от друга, а также без 4-циклов и пересекающихся 3-циклов. Также за рубежом было доказано, что плоские графы без 4-циклов предписанно ациклически 6-раскрашиваемы. Получено совместное усиление этих шести работ, сформулированное в названии.

О.В.Бородин, А.О.Иванова, Ациклическая предписанная 5-раскрашиваемость плоских графов без 4-циклов, Сиб. матем. журнал, Том 52, № 3 (2011) 522-541.

31. Предложен эффективный приближенный алгоритм для задачи о двух коммивояжёрах на максимум, имеющий наилучшую на сегодняшний день гарантированную оценку точности.

(С.н.с., к.ф.-м.н. А.Н.Глебов, аспирант Д.Ж.Замбалаева)

Рассматривается задача о двух коммивояжёрах на максимум, являющаяся обобщением классической задачи коммивояжёра и состоящая в отыскании двух рёберно непересекающихся гамильтоновых циклов максимального суммарного веса в полном взвешенном графе. Известно, что данная задача NP-трудна даже в случае весов рёбер 1 и 2. Для решения этой задачи представлен приближенный алгоритм, имеющий кубическую временную сложность и гарантированную оценку точности 7/9, что улучшает ранее полученную Агеевым, Бабуриным и Гимади оценку 3/4. Для случая, когда веса рёбер графа принимают значения из заданного промежутка [1,q], разработана модификация алгоритма, имеющая оценку точности (7q+3)/(9q+1), которая является наилучшей на сегодняшний день.

Глебов А.Н., Замбалаева Д.Ж. Полиномиальный алгоритм с оценкой точности 7/9 для задачи о двух коммивояжёрах на максимум, Дискретный анализ и исследование операций. --- 2011. --- Т. 18, № 4. С. 17--48.
Глебов А.Н., Замбалаева Д.Ж. Эффективный алгоритм с оценкой точности 7/9 для задачи о двух коммивояжёрах на максимум // Информационный бюллетень Ассоциации математического программирования № 12. XIV Всероссийская конференция "Математическое программирование и приложения" (Екатеринбург, 28 февраля -- 4 марта 2011). Екатеринбург: УрО РАН, 2011. С. 168.

32. Построен новый полиномиальный точный алгоритм решения дискретной экстремальной задачи, к которой сводится одна из актуальных проблем помехоустойчивого распознавания векторной последовательности как объекта, включающего повторяющийся упорядоченный набор векторов евклидова пространства.

(Гл.н.с., д.ф.-м.н. А.В.Кельманов, с.н.с., к.ф.-м.н. Л.В.Михайлова, с.н.с., к.ф.-м.н. С.А.Хамидуллин, 363-46-79)

К числу актуальных проблем анализа данных относится распознавание последовательности (числовой, векторной, символьной) как объекта, включающего повторяющийся упорядоченный набор элементов. Один из вариантов этой проблемы состоит в помехоустойчивом распознавании векторной последовательности как структуры, содержащей повторяющийся упорядоченный векторный набор из заданного семейства (словаря) наборов векторов евклидова пространства. Предполагается, что в отсутствие помехи элементы повторяющегося векторного набора в последовательности квазипериодически перемежаются с нуль-векторами. Термин «квазипериодически» означает, что разность между номерами последующего и предыдущего ненулевых векторов в последовательности ограничена сверху и снизу некоторыми константами. В случае, когда в качестве помехи рассматривается гауссовская последовательность независимых одинаково распределённых случайных величин, принятие решения о последовательности по критерию максимума правдоподобия сводится к проверке совокупности простых гипотез. Однако, мощность этой совокупности растёт экспоненциально с увеличением длины последовательности. Поэтому простой перебор гипотез требует экспоненциального времени. Ранее авторами было установлено, что задача принятия решения (распознавания) сводится к решению специфической дискретной экстремальной задачи, которая разрешима за полиномиальное время. Лучший из предложенных ранее алгоритмов имеет трудоёмкость $O(N^3)$, где N – размерность (длина) последовательности. Авторами обоснован новый менее трудоёмкий полиномиальный точный алгоритм, который эффективнее известного в N/L раз, где L – максимальная размерность векторного набора в словаре. Уменьшение времени решения актуально для ряда распространённых приложений, связанных с компьютерной обработкой массивов данных больших и сверхбольших размерностей, в которых L сравнимо с LogN.

Kel'manov A.V., Mikhailova L.V., Khamidullin S.A. Optimal Detection of a Repeated Tuple of Reference Fragments in a Quasi-Periodic Sequence // Pattern Recognition and Image Analysis. 2010. Vol. 20, No.2, pp. 118-128.
Кельманов А.В., Михайлова Л.В., Хамидуллин С.А. Об одной задаче поиска упорядоченных наборов фрагментов в числовой последовательности // Дискретный анализ и исследование операций. 2009. Т.16. № 4. С. 31-46.
Кельманов А.В., Михайлова Л.В., Хамидуллин С.А. Распознавание квазипериодической последовательности, включающей повторяющийся набор фрагментов // Сибирский журнал индустриальной матем. 2008, Т. 11, №2 (34). С. 74-87.
Кельманов А.В., Михайлова Л.В., Хамидуллин С.А. Апостериорное обнаружение в квазипериодической последовательности повторяющегося набора эталонных фрагментов // ЖВМиМФ, 2008. Т. 48. № 12. С. 2247-2260.
Кельманов А.В., Михайлова Л.В., Хамидуллин С.А. Оптимальное обнаружение в квазипериодической последовательности повторяющегося набора эталонных фрагментов // Сиб. Журн. Вычисл. матем. 2008, Т. 11, №3. С. 311-327.

33. Предложена новая мера сходства между объектами (функция конкурентного сходства), которая позволяет унифицировать алгоритмы решения задач распознавания образов и прогнозирования, делает их инвариантными к виду законов распределения и к соотношению между количествами объектов и признаков.

(Гл.н.с., д.ф.-м.н. Н.Г.Загоруйко, н.с., к.ф.-м.н. И.А.Борисова, с.н.с., к.ф.-м.н. О.А.Кутненко, В.В.Дюбанов, 363-46-68)

Предложена новая мера сходства между объектами, которая имитирует человеческий способ оценки сходства и различия. Она учитывает не только расстояния между данной парой объектов, но и расстояния до других ближайших объектов-конкурентов. Эта мера существенно меняет характер алгоритмов анализа данных. На её основе строятся функционалы, которые используются в качестве эвристических критериев для количественной оценки компактности образов и отыскания наилучших решений в таких задачах, как выбор информативных признаков, построение решающих правил, кластерный анализ и их сочетаний. Методы инвариантны к виду законов распределений и соотношению между количеством объектов и признаков. Разработаны полиномиальные алгоритмы направленного поиска, высокая эффективность которых подтверждается при решении практических задач анализа данных из области медицины, генетики, спектрометрии и др.

N. G. Zagoruiko, I. A. Borisova, V. V. Dyubanov and O. A. Kutnenko. Methods of recognition based on the function of rival similarity // Pattern Recognition and Image Analysis. 2008. Vol. 18, No.1, pp. 1-6.
Борисова И.А. Алгоритм таксономии FRiS-Tax // Научный вестник НГТУ, 2007, №3(28), с. 3-12.
Борисова И.А., Загоруйко Н.Г., Кутненко О.А. Критерии информативности и пригодности подмножества признаков, основанные на функции сходства // Заводская лаборатория. Диагностика материалов, 2008, №1, том 74, стр. 68-71.
Борисова И.А., Загоруйко Н.Г. Задача SDX – предельный случай задач распознавания комбинированного типа // Проблемы управления и информатики, Киев, 2008, №2, с 76-85.
I.A. Borisova, N.G. Zagoruiko Problem SDX as the Extreme Case of Combined Type Recognition Problems // Journal of automation and information sciences - Begell house, 2008 – vol 40, issue 4. – p.18-27.
Богданов А.Б., Борисова И.А., Дюбанов В.В., Загоруйко Н.Г., Кутненко О.А., Кучкин А.В., Мещеряков М.А., Миловзоров Н.Г. Интеллектуальный анализ спектральных данных // Автометрия, 2009, №1, с. 92-101.
Загоруйко Н.Г., Борисова И.А., Дюбанов В.В., Кутненко О.А. Количественная мера компактности и сходства в конкурентном пространстве // Сибирский журнал индустриальной математики, 2010, Том XIII, 1(41), стр. 59-71.
Irina A. Borisova, Vladimir V. Dyubanov, Olga A. Kutnenko, and Nikolay G. Zagoruiko. Use FRiS-Function for Taxonomy, Attribute Selection and Decision Rule Construction // Knowledge Processing and Data Analysis. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011. pp 256-270.

34. Предложены и обоснованы полиномиальные алгоритмы решения квадратичной задачи о назначениях в теоретико-графовой постановке на древовидных сетях с минимаксным и минисуммным критериями для структуры связей в виде цепи, разработан и экспериментально исследован параллельный алгоритм динамического программирования для общей структуры связей.

(Д.ф.-м.н. Г.Г.Забудский, аспирант А.Ю.Лагздин (ОФИМ СО РАН))

Для квадратичной задачи о назначениях, играющей важную роль в теории и приложениях дискретной оптимизации, найдены новые полиномиально разрешимые случаи. В частности предложены и обоснованы алгоритмы полиномиальной трудоёмкости для постановки указанной задачи на древовидных сетях при условии использования минимаксного и минисуммного критериев со структурой связей между вершинами в виде цепей. Для сетей более общей структуры разработан алгоритм динамического программирования с применением параллельных вычислений.

Забудский Г.Г., Лагздин А.Ю. Полиномиальные алгоритмы решения квадратичной задачи о назначениях на сетях // Журнал вычислительной математики и математической физики. Т. 50. № 11. 2010. С. 2052–2059.
Забудский Г.Г., Лагздин А.Ю. Полиномиальные алгоритмы решения минимаксной квадратичной задачи на сетях // Дискретный анализ и исследование операций. Т. 18, № 4. 2011. С. 48–64.
Забудский Г.Г., Лагздин А.Ю. Алгоритм решения квадратичной задачи о назначениях с минимаксным критерием на дереве // Материалы VII Международной научно-технической конференции «Динамика систем, механизмов и машин» Омск, 2009. Т. 3. С. 23–27.
Забудский Г.Г., Лагздин А.Ю. Эффективные алгоритмы решения специальных случаев квадратичной задачи о назначениях на сетях // Доклады 8 Международной конференции «Интеллектуализация обработки информации ИОИ-2010». М.: МАКС Пресс, 2010. С. 255–257.
Забудский Г.Г. Анализ эффективности параллельного алгоритма динамического программирования для квадратичной задачи о назначениях на дереве // Информационный бюллетень Ассоциации математического программирования № 12, Екатеринбург, 2011.- С. 176.

35. Показано, что аналитическая амплитуда ππ-рассеяния, учитывающая ограничения киральной динамики, соответствует четырёхкварковой природе лёгких скалярных мезонов.

(Зав.лабораторией, д.ф.-м.н. Н.Н.Ачасов, с.н.с., к.ф.-м.н. А.В.Киселёв, тел. 3634637, 3634601)

В работе построена амплитуда ππ-рассеяния, обладающая правильными аналитическими свойствами в широкой области энергий, кроме того, учтены киральное экранирование σ(600) мезона и его смешивание с $f_0(980)$. Полученная амплитуда используется для совместного описания экспериментальных данных по реакциям $\pi\pi \to \pi\pi$, $\pi\pi \to K\bar{K}$ и $\varphi \to \pi^0\pi^0\gamma$, а также результатов, полученных на основе кирального разложения и уравнений Роя. Результаты хорошо согласуются с четырёхкварковой природой лёгких скалярных мезонов. Отмечается, что уравнения Роя являются приближёнными и, таким образом, не могут быть основой для очень точного расчёта полюса σ(600).

N.N.Achasov and A.V. Kiselev, Phys. Rev. D 83, 054008 (2011).